



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

NIKO ÄIKÄS

3D-RISTIKKORAKENTTEEN TOPOLOGIAN OPTIMOINTI

Diplomityö

Tarkastaja: Professori Reijo Kouhia,
TkT Kristo Mela
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
Teknisten tieteiden tiedekunnan
tiedekuntaneuvoston kokouksessa
8. toukokuuta 2013

Tiivistelmä

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Konetekniikan koulutusohjelma

Äikäs, Niko: 3D-ristikkorakenteen topologian optimointi

Diplomityö, 46 sivua, 1 liitesivu

Joulukuu 2013

Pääaine: Teknillinen Mekaniikka

Tarkastaja: Professori Reijo Kouhia, TkT Kristo Mela

Avainsanat: Ristikkorakenne, topologian optimointi, lineaarinen optimointi, epälineaarinen optimointi

3D-ristikkorakenteen topologian optimointi on tehty diplomityönä Tampereen teknillisessä yliopistossa Teknisen suunnittelun laitoksella Teknillisen mekaniikan ainekokonaisuuteen. Työn tilaajana on toiminut Stalatube Oy. Diplomityön tavoitteena on kehittää ohjelma kolmiulotteisten ristikkorakenteiden massan minimointiin. Rakenteen massan lisäksi haluttiin myös selvittää sauvojen poikkipinta-alojen arvot. Optimoinnin tuloksia käytetään pohjana ristikkorakenteen varsinaiselle suunnittelulle, josta vastaa erillinen suunnittelutoimisto.

Työ on jaettu neljään erilliseen osaan. Ensimmäisessä osassa on esitetty topologian optimointiin liittyviä käsitteitä, teoriaa sekä erilaisia topologian optimoinnin formulointeja. Toisessa osassa esitetään ristikoiden topologian optimoinnin implementoinnin yksityiskohdat. Kolmannessa osassa tarkastellaan esimerkkirakenteena ristikkotornia johon ohjelmaa sovelletaan. Neljännessä osassa käsitellään tarkemmin esimerkkirakenteen optimoinnista saatuja tuloksia, työn eri vaiheisiin liittyneitä ongelmia sekä esitetään jatkotutkimusehdotuksia työn jatkamista varten.

Diplomityöstä saadut tulokset olivat rohkaisevia. Kehitetyn ohjelman avulla onnistuttiin ristikkorakenteiden optimoinnissa käyttäen topologian optimoinnin perusmenetelmiä. Optimoitujen rakenteiden massat sekä sauvojen poikkipinta-alat vaikuttivat hyvin lupaavilta. Esimerkiksi sauvojen poikkipinta-alojen koot vaikuttivat suhteessa toisiinsa sekä rakenteen koon huomioon ottaen varsin järkeviltä. Ohjelmasta muodostui yleiskäyttöinen ja se on helposti laajennettavissa erilaisilla rajoitusehdoilla. Työn aikana paljastui myös mielenkiintoisia jatkotutkimuskohteita, joiden avulla optimoinnin tuloksia saataisiin kehitettyä yhä lähemmäksi lopullisia rakenteita.

Abstract

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Master's Degree Programme in Mechanical Engineering

Äikäs, Niko: Topology optimization of a 3D-truss structure

Master of Science Thesis, 46 pages, 1 Appendix page

December 2013

Major: Applied Mechanics

Examiner: Professor Reijo Kouhia, D.Sc. Kristo Mela

Keywords: Truss structure, topology optimization, linear programming, nonlinear programming,

Topology optimization of a 3D-truss structure was done as a master thesis work for Stalatube Oy in the department of Engineering design in Tampere university of technology. The objective of the master thesis work is to create a program to find the optimal topology of a 3D-truss structure. One of the objectives was also to find the weight and member cross sections of the truss structure. The results of optimization will be used as a starting point for the actual design process of the structure. A separate engineering company will make the design.

This master thesis work is divided into four different sections. In the first section, concepts, terms and formulations of topology optimization are presented. Second section describes the development and implementation of the optimization program. The results are presented in the third section. In the final section the results of optimization and some difficulties that were faced during the work are discussed. Also suggestions for further research topics are made.

The results of optimization were promising. A program that was able to optimize 3D-truss structures with different formulations of topology optimization was created. The weight and the member cross sections of the optimized structure appeared promising. There are also several interesting subjects for further research in order to create more detailed and accurate models of 3D-truss structures.

Alkusanat

Tämä diplomityö on tehty Tampereen teknillisen yliopiston Teknisen suunnittelun laitokselle Teknillisen mekaniikan ainekokonaisuuteen. Työn teettäjänä on toiminut Stalatube Oy.

Haluan kiittää tekniikan tohtori Kristo Melaa ja yliopistonlehtori Sami Pajusta saamastani tuesta ja ohjauksesta työn aikana. Stalatube Oy:stä haluan kiittää erityisesti diplomi-insinööri Tuomo Kuusta kaikista neuvoista ja avusta, mitä työn aikana sain. Lisäksi haluan kiittää kaikkia Stalatube Oy:n puolelta työhön osallistuneita henkilöitä, jotka mahdollistivat tämän työn valmistumisen. Työn tarkastajia professorin Reijo Karvista ja tekniikan tohtori Kristo Melaa haluan kiittää kaikista työstäni tekemistä kommentteista ja huomioista.

Haluan kiittää suuresti vaimoani Siniä, että jaksoit kannustaa ja auttaa minua suorittamaan työ loppuun. Kiitän perhettäni kaikesta niin rahallisesta kuin henkisestä tuesta opiskelun aikana. Lisäksi haluan kiittää kaikkia läheisiä ja ystäviä, jotka ovat tukeneet minua tämän työn sekä opiskeluiden aikana.

Tampereella 08. marraskuuta 2013

Niko Äikäs

Sisällysluettelo

1 JOHDANTO.....	1
1.1 TYÖN TAUSTA	1
1.2 TYÖN TAVOITE JA SISÄLTÖ	1
1.3 RISTIKKORAKENTEIDEN OPTIMOINTI	2
2 KANTAVIEN RAKENTEIDEN OPTIMOINTI.....	3
2.1 RAKENNEANALYYSI	4
2.1.1 <i>Sauvaelementti</i>	5
2.1.2 <i>Jäykiste-elementti</i>	6
2.2 OPTIMOINNIN KÄSITTEITÄ	8
2.3 RISTIKKORAKENTEIDEN TOPOLOGIAN OPTIMOINTI	10
2.4 TOPOLOGIAN OPTIMOINNIN EPÄLINEAARINEN FORMULOINTI	12
2.4.1 <i>Yleinen formulointi</i>	12
2.4.2 <i>Jännitysrajoitusten relaxointimenetelmä</i>	13
2.5 LINEAARINEN OPTIMOINTI.....	13
2.6 NURJAHDUS	15
2.7 MATLAB ALGORITMIT	18
3 RISTIKKOTORNIN OPTIMOINTI.....	19
3.1 PERUSRAKENNE	20
3.1.1 <i>Insidenssimatriisi</i>	21
3.1.2 <i>Perusrakenteen valinta</i>	22
3.2 KUORMITUSTAPAUKSET JA TUENTA	24
3.3 OPTIMOITUJEN RAKENTEIDEN ANALYSOINTI	28
4 OPTIMOINTIPROSESSI JA TULOKSET	30
4.1 LINEAARISEN OPTIMOINNIN TULOKSET	32
4.2 EPÄLINEAARISEN OPTIMOINNIN TULOKSET	37
4.3 OPTIMOITUJEN RAKENTEIDEN ANALYSOINTI ANSYS-OHJELMALLA	39
5 JOHTOPÄÄTÖKSET.....	42
LÄHTEET	45
LIITE 1.....	47

1 Johdanto

1.1 Työn tausta

Ristikkorakenteen topologian optimointi on tehty Tampereen teknillisen yliopiston Teknisen suunnittelun laitokselle. Työn on teettänyt Stalatube Oy, jonka kanssa tehtiin tiivistä yhteistyötä koko työn keston ajan.

Stala-yhtiö perustettiin vuonna 1972 jolloin se valmisti keittiöiden pesupöytiä. Altaat vaativat ruostumattomasta teräksestä valmistettavia tukirakenteita, joka johti oman putkituotannon käynnistymiseen vuonna 1974. Vuonna 2000 Stala-yhtiö jaettiin Stala Oy:ksi, jonka tuotteisiin kuuluvat pesupöydät, sekä Stalatube Oy:ksi, joka valmistaa ruostumattomia teräsrakenneputkia ja niiden jatkojalosteita. Stalatube Oy:n myyntivalttina on laaja neliö- ja suorakulmaputkien valikoima. Yrityksen jakeluverkko ulottuu 45 maahan ja kaikkiin maanosiin. Yrityksen pääkonttori sijaitsee Lahdessa ja myyntikonttorit Yhdysvalloissa, Hollannissa sekä Intiassa [20].

Diplomityön lähtökohtana oli Stalatube Oy:n halu selvittää pystyttäisiinkö ristikkorakenteiden optimointia hyödyntämään yrityksen tuotekehityksessä. Tehtävänä on kehittää työkalu 3D-ristikkorakenteiden optimointia varten. Optimoituja rakenteita voitaisiin käyttää hyväksi esimerkiksi konseptivaiheen suunnittelun lähtökohtana.

1.2 Työn tavoite ja sisältö

Diplomityön tavoitteena on luoda ohjelma, jonka avulla voitaisiin optimoida 3D-ristikkorakenteita topologian optimoinnin perustyökaluja käyttäen. Optimoinnin tavoitteena on rakenteen massan minimointi sekä sauvojen lukumäärän ja poikkipinta-alojen selvitys. Rakenteiden liitosten suunnittelu ja optimointi rajattiin diplomityön ulkopuolelle. Kuitenkin liitosten lukumäärän minimointiin haluttiin kiinnittää huomiota perusrakenteiden suunnittelussa.

Kehitettävän ohjelman tulisi sisältää mahdollisuus ristikkorakenteiden optimointiin erilaisia topologian optimoinnin menetelmiä käyttäen. Optimoinnin tulisi myös huomioida sauvojen nurjahdus. Lisäksi yhtenä työn tavoitteena on sisällyttää mahdollisuus optimoitujen rakenteiden analysointiin elementtimenetelmäpohjaisella ohjelmistolla.

Luvussa 2 tutustutaan ristikoiden optimointiin, optimointiteorian käsitteisiin ja topologian optimointiin. Myös rakenneanalyysi käsitellään optimoinnin näkökulmasta. Teoriaosuuden jälkeen luvussa 3 kerrotaan tarkemmin työn kulkua - miten työn aikana tehty ohjelma on syntynyt ja mitä siihen sisältyy. Luvussa 4 esitetään ohjelman avulla optimoinnin tuloksia ja luvussa 5 kommentteja tuloksista ja työn aikana eteen tulleista asioista.

1.3 Ristikkorakenteiden optimointi

Perinteinen lähtökohta ristikkorakenteiden suunnitteluun on, että suunnittelija valitsee muutamasta valmiista ristikkorakenteesta sopivan ja muokkaa sen kohteeseen sopivaksi. Ristikkorakenteiden optimoinnin avulla voidaan systemaattisesti etsiä suuresta joukosta erilaisia rakenteita lopullinen optimirakenne. Näin ollen enää ei tarvitse luottaa ainoastaan olemassa oleviin rakenteisiin ja suunnittelijan intuitioon. Optimoinnin avulla voidaan nopeuttaa suunnitteluprosessia ja löytää aivan uudenlaisia rakenteita, jotka poikkeavat vanhoista rakenteista. Kirjallisuudesta löytyy esimerkkejä ristikkoiden optimoinnin soveltamisesta käytännön rakenteisiin. Jalkanen optimoi väitöskirjassaan muun muassa tornimaisen ristikkorakenteen. Kohdefunktiona ovat tornin massa ja valmistuskustannukset. Käytettävät rajoitusyhtälöt perustuvat suunnittelustandardeihin kuten Eurocode 3:n [9]. Pedersen ja Nielsen [16] optimoivat tutkimuksessaan ristikkomaista katon tukirakennetta ottamalla optimoinnissa huomioon rakenteen ominaisvärähtelyn.

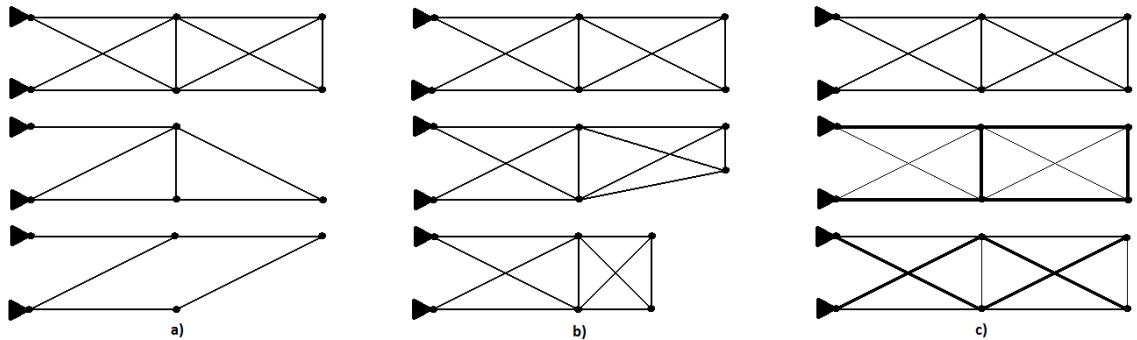
Topologian optimointia on tutkittu myös paljon ja alalta löytyvät muun muassa Kirsch [15], Bendsøen ja Sigmundin [4] kirjoittamat perusteokset. Kirsch esittelee julkaisussaan [14] topologian optimoinnin lineaarisen formuloinnin sekä käsittelee lineaarisen formuloinnin etuja ja ominaisuuksia. Cheng ja Jiang [7] puolestaan tutkivat jännitysrajoitusehtojen käyttöä ja niistä johtuvia ongelmia kuten jännitysrajoitusehtojen epäjatkuvuutta. Cheng ja Guo [6] esittelevät tutkimuksessaan menetelmän jännitysrajoitusehtojen epäjatkuvuuksista aiheutuvien ongelmien ratkaisemiseksi. Achtziger [1;2] käsittelee nurjahdusrajoitusehtojen lisäämistä topologian optimointiin sekä esittää oman menetelmän sauvojen nurjahduspituuksien määrittelylle. Topologian optimointia on sovellettu myös käytännön rakenteisiin kuten Shea ja Smith [18], jotka sovelsivat topologian optimointia voimansiirtotornien suunnitteluun.

2 Kantavien rakenteiden optimointi

Tyypillisesti kantavien rakenteiden optimoinnin tavoitteena on löytää mahdollisimman taloudellinen rakenne. Rakenteen suunnittelutehtävä muokataan optimointitehtäväksi, joka ratkaistaan systemaattisesti matemaattisten optimointialgoritmien avulla. Kantavien rakenteiden optimoinnin avulla voidaan käydä tehokkaasti läpi suuria määriä erilaisia rakenteita, joista suunnittelija valitsee parhaan rakenteen. Tällöin ei enää tarvitse luottaa ainoastaan suunnittelijan intuitioon ja jo olemassa oleviin rakenteisiin. Kantavien rakenteiden optimoinnin etuja ovat muun muassa [15]:

- Optimointi voi lyhentää suunnitteluun käytettävää aikaa.
- Kehittyneiden laskentamenetelmien sekä laskentatyökalujen avulla voidaan optimoida suuria rakenteita ja ottaa huomioon useita erilaisia muuttujia.
- Optimoinnin avulla voidaan tutkia suuria määriä erilaisia rakenteita ja se voi johtaa uusiin ja yllättäviin rakenteisiin.

Ristikkorakenteiden optimoinnin kolme erilaista perustehtävää ovat mitoitus, geometrian ja topologian optimointi. Ristikon topologialla kuvataan sitä, miten sauvat liittyvät toisiinsa rakenteessa. Erona rakenteen geometriaan on se, että topologia ei kerro missä sauvojen liitoskohdat (solmut) sijaitsevat. Mitoitusoptimoinnissa pyritään sauvan poikkileikkauksen arvoja tai dimensioita muuntelemalla löytämään optimirakenne. Geometrian optimoinnissa solmukoordinaatteja hyväksi käyttäen etsitään rakenteelle edullisinta muotoa. Topologian optimoinnissa muutetaan sauvojen lukumäärää sekä sauvoittelua. Kuvassa 1 on esitetty koon, geometrian ja topologian optimoinnin eroavaisuuksia.



Kuva 1 a) Topologian optimointi, missä optimoinnin tuloksena on poistunut sauvoja. b) Geometrian optimointi, missä sauvojen lukumäärä on pysynyt samana lähtötilanteesta mutta solmujen koordinaatit ovat muuttuneet optimoinnin seurauksena. c) Mitoitusoptimointi, missä optimia etsitään muuttamalla sauvojen poikkipinta-aloja.

Koska ristikkorakenteiden optimoinnin tavoitteena useimmin on rakenteen kustannusten minimointi, ajaututaan optimoinnissa minimipaino-ongelmaan. Optimointitehtävä voidaan esittää yleisessä muodossa [15]

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

$$\text{siten että} \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1 \dots n \quad (2.2)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1 \dots m \quad (2.3)$$

jossa \mathbf{x} on suunnittelumuuttujavektori
 $f(\mathbf{x})$ on kohdefunktio
 $g_i(\mathbf{x})$ on i:s epäyhtälörajoitusfunktio
 $h_j(\mathbf{x})$ on j:s yhtälörajoitusfunktio

Ristikkorakenteiden optimoinnissa suunnittelumuuttujina käytetään yleensä sauvojen poikkipinta-aloja. Muita suunnittelumuuttujia kantavien rakenteiden optimoinnissa voivat olla esimerkiksi materiaaliarvot ja solmukoordinaatit. Rajoitusehdot ovat suunnittelumuuttujien funktioita, jotka rajaavat tehtävän suunnitteluavaruuden. Rajoitusehtoina ovat usein sauvajännitykset tai solmusiirtymät. Useimmiten joko kohdefunktio tai rajoitusehdot ovat epälineaarisia funktioita, jolloin myös optimointitehtävä on epälineaarinen. Vain tietyissä erityistapauksissa optimointitehtävä on lineaarinen, jolloin sekä kohdefunktio että rajoitusyhtälöt ovat lineaarisia.

2.1 Rakenneanalyysi

Käytettäessä rajoitusehtoina sauvajännityksiä tai solmusiirtymiä, tulee sauvajännitykset sekä solmusiirtymät ratkaistaan aina, kun rajoitusfunktioita halutaan evaluoida. Sauvajännitykset ja solmusiirtymät ratkaistaan käyttäen lineaarista siirtymäperusteista elementtimenetelmää [5], missä siirtymät oletetaan pieniksi. Solmusiirtymät saadaan ratkaistua siirtymä perustaisen elementtimenetelmän tasapainoyhtälöstä

$$\mathbf{Kd} = \mathbf{p} \quad (2.4)$$

jossa \mathbf{K} on rakenteen jäykkyyssmatriisi, \mathbf{d} solmusiirtymävektori ja \mathbf{p} kuormitusvektori. Sauvojen jännitykset $\boldsymbol{\sigma}$ ratkaistaan yhtälöstä

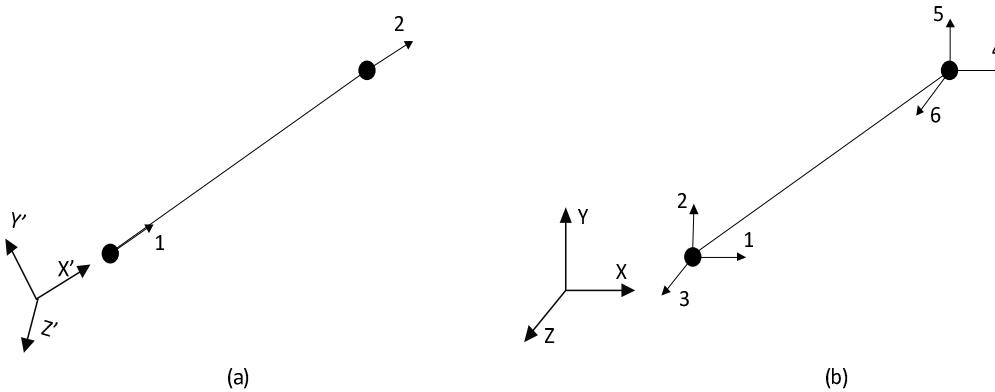
$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{Sd} \quad (2.5)$$

jossa \mathbf{S} on ristikon geometriasta riippuva matriisi.

Rakenneanalyysi tehdään sauvaelementtejä käyttäen siten, että liitokset ovat palloniveliä. Erilaisia perusrakenteita kokeiltaessa huomattiin, että välisolmullisilla (kuva 15) perusrakenteilla (luku 3.1) rakenteen jäykkyyssmatriisi oli joko singulaarinen tai hyvin lähellä singulaarista. Tarkempien tarkasteluiden jälkeen osoittautui, että singulaarisuus johtui välisolmuilla esiintyvistä jäykän kappaleen liikkeestä. Singulaarisuuden estämiseksi välisolmullisille perusrakenteille lisättiin jäykiste-elementti (luku 2.1.2).

2.1.1 Sauvaelementti

Ristikoidille on ominaista, että sauvat ovat aina joko puristavassa tai vetävässä kuormituksessa, jolloin niissä ei esiinny leikkaus- tai taivutuskuormia. Sauvojen tulee olla kytkettynä toisiinsa sauvojen päissä olevilla kitkattomilla nivelillä, ja kaikki kuormitukset on kytkettävä vaikuttamaan sauvan solmuihin. Kuvassa 2 on esitetty sauvaelementti sekä lokaalissa että globaalissa koordinaatistossa.



Kuva 2 Sauvaelementti lokaalissa (a) ja globaalissa koordinaatistossa (b). [5]

Koska sauvaelementti on ainoastaan aksiaalisesti kuormitettu, voidaan sen jäykkyyismatriisi \mathbf{K}'_e esittää kuvan 2 mukaisessa lokaalissa koordinaatistossa seuraavasti [5]

$$\mathbf{K}'_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

jossa E_e on elementin kimmomoduuli, A_e on elementin pinta-ala, l_e on elementin pituus. Jäykkyyismatriisi \mathbf{K}'_e voidaan muuntaa lokaalista koordinaatistosta globaaliin koordinaatiston koordinaatiston kiertomatriisin \mathbf{L} avulla

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \ell & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ell & m & n \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\ell = \frac{x_2 - x_1}{l_e}, \quad m = \frac{y_2 - y_1}{l_e}, \quad n = \frac{z_2 - z_1}{l_e} \quad (2.8)$$

Jäykkyyismatriisin \mathbf{K}'_e muunnos globaaliin koordinaatistoon on

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{L}^T \mathbf{K}'_e \mathbf{L} \quad (2.9)$$

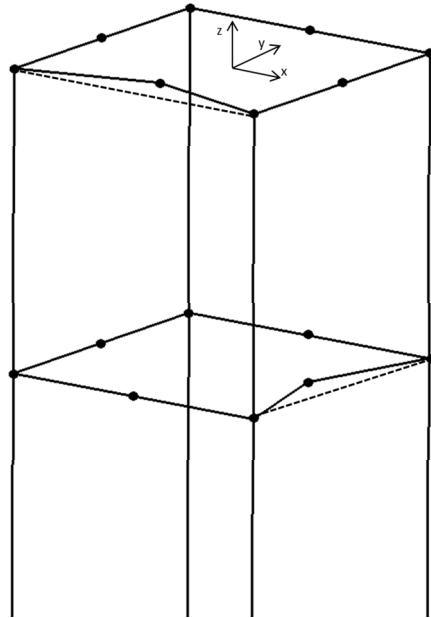
jolloin sauvaelementin jäykkyyismatriisiksi saadaan

$$\mathbf{K}_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} \ell^2 & \ell m & \ell n & -\ell^2 & -\ell m & -\ell n \\ \ell m & m^2 & mn & -\ell m & -m^2 & -mn \\ \ell n & mn & n^2 & -\ell n & -mn & -n^2 \\ -\ell^2 & -\ell m & -\ell n & \ell^2 & \ell m & \ell n \\ -\ell m & -m^2 & -mn & \ell m & m^2 & mn \\ -\ell n & -mn & -n^2 & \ell n & mn & n^2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Topologian optimoinnin kannalta on merkittävää, että \mathbf{K}_e riippuu lineaarisesti A_e :stä.

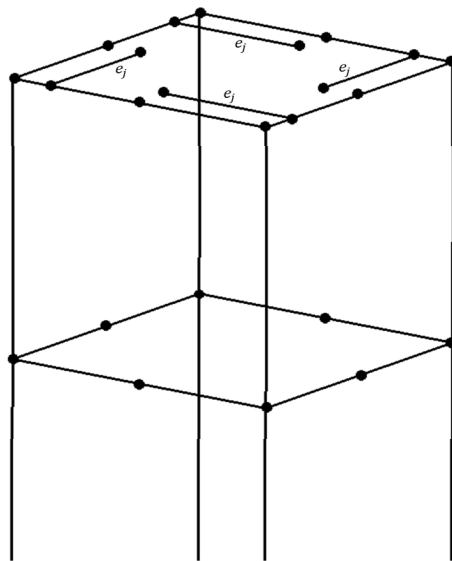
2.1.2 Jäykiste-elementti

Välisolmullisilla perusrakenteilla (luku 3.1) esiintyi jäykän kappaleen liikettä xy-tasossa (kuva 3), mikä johti rakenteen jäykkyyismatriisin singulaarisuuteen. Tarkemmin asiaa tutkittaessa huomattiin, että ongelma poistuu, jos välisolmun liike xy-tasossa sidotaan kulmasolmuihin.



Kuva 3 Jäykänkappaleen liike välisolmullisissa rakenteissa.

Rakennetta päätettiin jäykistää asettamalla vaakatasossa oleville elementeille välisolmujen ja kulmasolmujen välille elementtejä (kuva 4). Jäykiste-elementin jäykkyyismatriisin avulla sidotaan välisolmun epästabiilit vapausasteet nurkkasolmujen vapausasteisiin. Koska välisolmun jäykänkappaleen liike esiintyi aina kohti tornin keskustaa, sidotaan välisolmujen vapausasteet 2 ja 5 tai 1 ja 4 kulmasolmujen vapausasteisiin (riippuen siitä millä tornin sivulla välisolmu sijaitsee).



Kuva 4 Jäykiste-elementtien e_j lisäys yhteen kerrokseen.

Jäykiste-elementin jäykkyyismatriisi lokaalissa koordinaatistossa on

$$\mathbf{K}'_j = \frac{CE_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

jossa C on suuri luku. Jäykiste-elementin toimivuutta kokeiltaessa päädyttiin C:n arvoon $1 \cdot 10^2$. Lähtökohtaisesti jäykiste-elementin jäykkyyismatriisi on aina kaavan 2.11 mukainen. Koordinaatiston kiertomatriisin \mathbf{T} avulla käännetään jäykiste-elementti oikeaan asentoon, jolloin voidaan sitoa oikeat vapausasteet riippuen siitä millä tornin sivulla elementti sijaitsee (sidotaanko välisolmun vapausasteet x- vai y-akselin suunnassa).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \ell & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m & \ell & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ell & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & \ell & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Jäykiste-elementin jäykkyyismatriisi globaalissa koordinaatistossa saadaan yhtälöstä

$$\mathbf{K}_j = \mathbf{T}^T \mathbf{K}'_j \mathbf{T} \quad (2.13)$$

Lopulta jäykiste-elementin jäykkyyismatriisi \mathbf{K}_j ja sitä vastaavan tavallisen sauvaelementin jäykkyyismatriisi \mathbf{K}_e lasketaan yhteen ennen kuin ne summataan rakenteen jäykkyyismatriisiin.

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_j \quad (2.14)$$

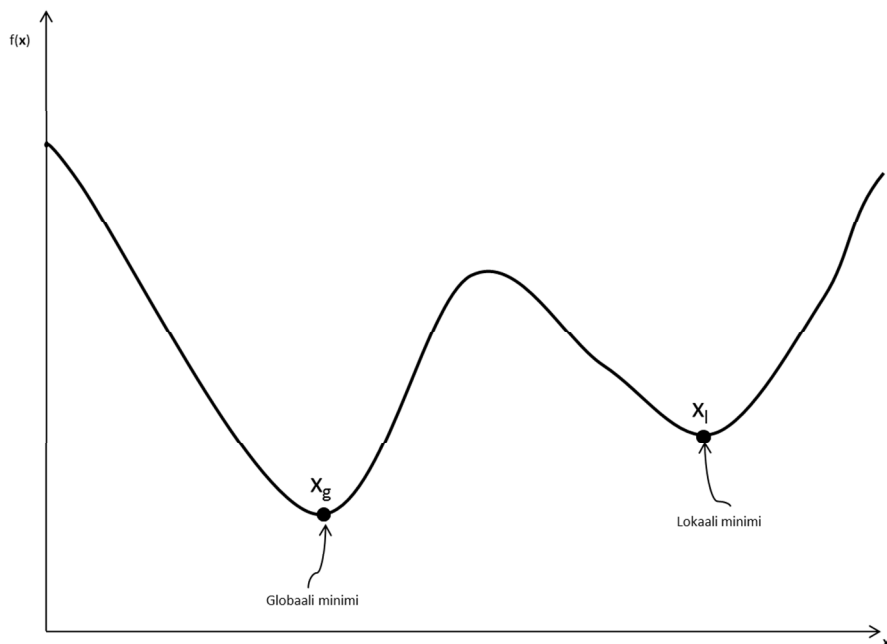
Jäykiste-elementin käytön toimivuus on testattu vain tämän työn puitteissa, eikä sen käyttöä tässä muodossa ole tarkoitettu yleisesti sovellettavaksi.

2.2 Optimoinnin käsitteitä

Ennen topologian optimointiin etenemistä on hyvä määritellä muutama optimointiin yleisesti kuuluva käsite. Tehtävälle

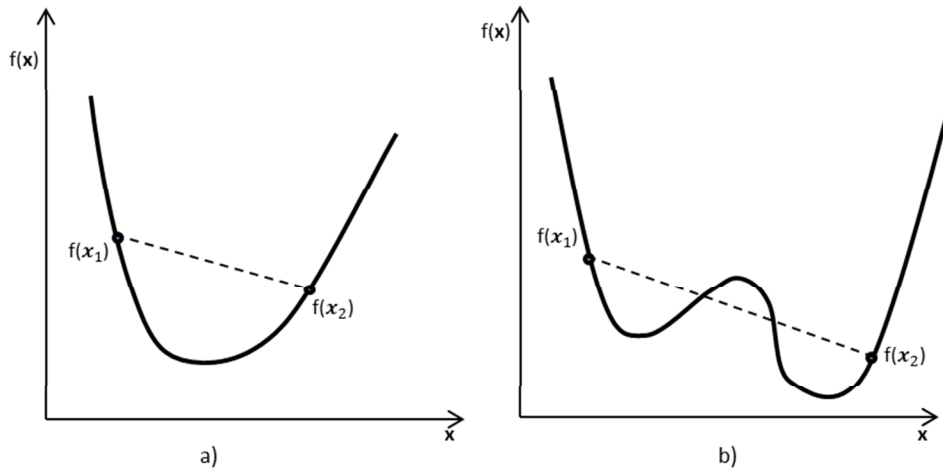
$$\min f(x), x \in \mathbb{R} \quad (2.15)$$

voidaan määrittää globaali ja lokaali minimi. Piste x_g on globaali minimi, jos funktio saa tässä pisteessä pienimmän arvonsa. Vastaavasti piste x_l on lokaali minimi, jos pisteen ympäristössä funktio saavuttaa pienimmän arvonsa pisteessä x_l (kuva 5).



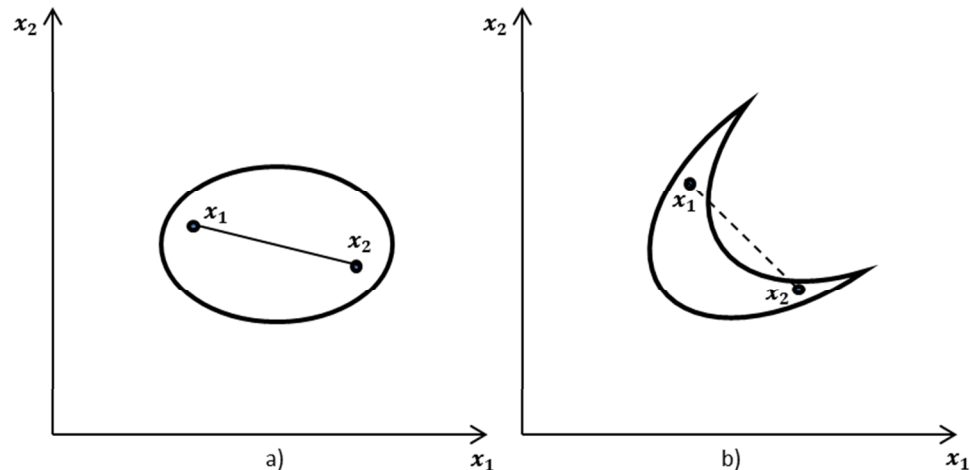
Kuva 5 Funktion globaali ja lokaali minimi. Piste x_g on globaali minimi koska funktio saavuttaa siinä pienimmän arvonsa. Piste x_l on lokaali minimi, koska lähdeittäessä joko x -akselin positiiviseen tai negatiiviseen suuntaa, saa funktio aina suuremman arvon kuin pisteessä x_l [3]

Konveksisuus on optimoinnissa hyvin tärkeä ominaisuus, sillä optimointitehtävän ollessa konvekksi, on tehtävän lokaali minimi myös samalla tehtävän globaali minimi. Vastaavasti funktion ollessa konvekksi, sen lokaali minimi on myös globaali minimi. Funktio $f(x)$ on konvekksi, jos voidaan valita mitkä tahansa kaksi pistettä x_1 ja x_2 ja näitä pisteitä yhdistävä suora ei leikkaa funktiota missään toisissa pisteissä (kuva 6).



Kuva 6 a) Funktio on konveksi, sillä pisteitä x_1 ja x_2 yhdistävä suora ei leikkaa funktioita missään toisessa pisteissä. b) Funktio on epäkonveksi, koska suora leikkaa funktion myös muissa pisteissä kuin x_1 ja x_2 . [3]

Joukko S on konveksi, jos joukosta voidaan valita mitkä tahansa kaksi pistettä x_1 , x_2 ja näitä kahta pistettä yhdistävä suora on kokonaan joukon sisällä (kuva 7).



Kuva 7. a) Pisteitä x_1 ja x_2 yhdistävä viiva on kokonaan joukon sisällä jolloin kyseessä on konveksi joukko. b) Pisteitä x_1 ja x_2 yhdistävä suora ei ole kokonaan joukon sisällä, jolloin kyseessä on epäkonveksi joukko. [3]

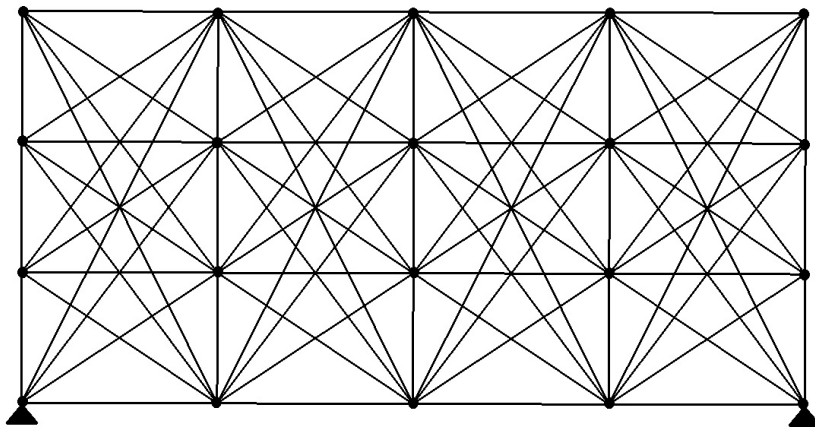
Ristikon topologiaa optimoidessa olisikin erittäin hyödyllistä, jos tuloksista pystyttäisiin aina erottamaan onko saatu optimi globaali vai lokaali minimi. Tämä on mahdollista, jos tiedetään onko optimointitehtävä konveksi vai ei. Ehdot optimointitehtävän konveksisuudelle ovat:

- Epäyhtälörajoitusfunktio g ovat kaikki konvekseja.
- Yhtälörajoitusfunktio h ovat kaikki lineaarisia.
- Funktio $f(x)$ on konveksi.

Nämä ehdot ovat riittäviä ehtoja tehtävän konveksisuudelle. On myös mahdollista, että optimointitehtävä on konveksi vaikka epäyhtälöfunktio g eivät olisi konvekseja funktioita [3]. Ristikorakenteiden topologian optimoinnin tehtävät ovat yleisesti ottaen epäkonvekseja. Näin ollen ei yleensä voida tietää onko saatu optimiratkaisu globaali minimi vai yksi lokaaleista minimeistä. Poikkeuksena tästä on kuitenkin lineaarisen formuloinnin (luku 2.5) mukaisesti tehty optimointi, jonka tehtävät ovat aina konvekseja.

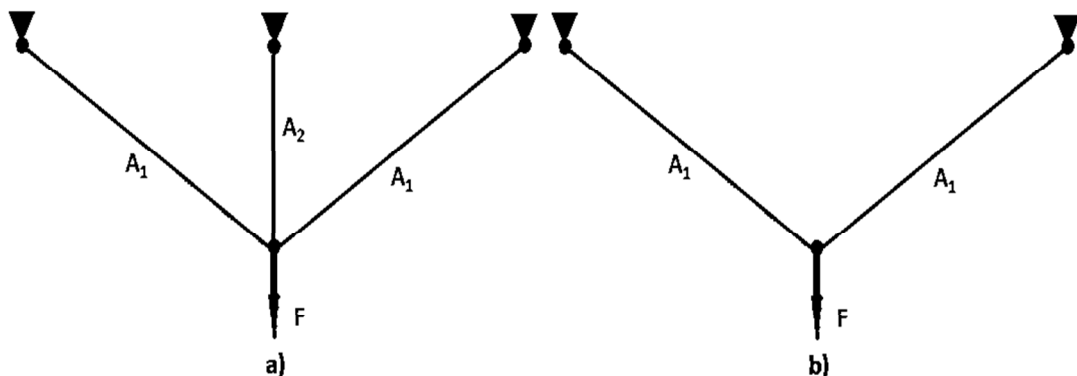
2.3 Ristikkorakenteiden topologian optimointi

Ristikkorakenteiden topologian optimoinnissa etsitään taloudellisinta rakennetta muuttamalla sauvoittelua sekä sauvojen poikkipinta-alojen arvoja. Suurin osa topologian optimoinnin algoritmeista käyttää lähtökohtanaan perusrakennetta [8], jossa on hyvin suuri määrä solmuja ja sauvoja (kuva 8). Optimoinnin aikana sauvojen poikkipinta-alojen sallitaan pienentyä arvoon nolla, jolloin sauva poistetaan rakenteesta. Tämä taas muuttaa ristikon topologiaa.

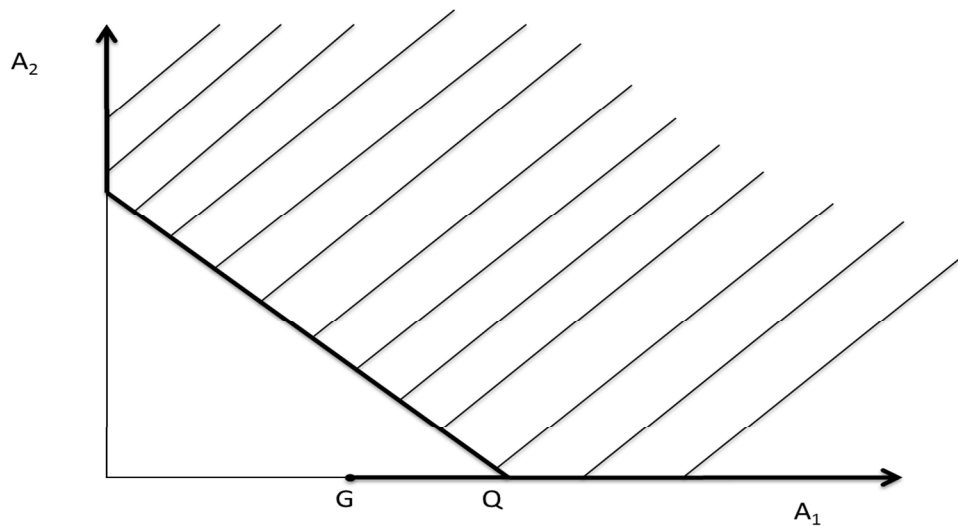


Kuva 8 Optimoinnin lähtökohdaksi luotu perusrakenne, missä rakenne on täytetty sauvaelementeillä.

Ristikkorakenteiden topologian optimoinnin yksi merkittävimmistä ongelmista on optimiratkaisun sijaitseminen singulaarisessa pisteessä. Optimiratkaisu saattaa sijaita käyvän joukon alueessa, jonka dimensio on pienempi kuin suunnitteluavaruuden dimensio. Tällaisia ratkaisuja sanotaan singulaarisiksi. Tavanomaiset gradienttipohjaiset menetelmät eivät pysty yleisesti löytämään näitä singulaarisia optimeja. Kuvassa 10 on esitetty kuvan 9a mukaisen ristikon optimointitehtävän käypä alue (viivoitettu) sekä singulaarinen globaali optimi (piste G). Janan GQ rakenteet ovat kuvattuna kuvassa 9b (keskimmäinen sauva poistuu optimoinnin tuloksena). [13;6]



Kuva 9 a) Optimoitavan ristikon perusrakenne. b) Esimerkki janan GQ rakenteista (kuva 10). [6]



Kuva 10 Käypä alue kuvan 9a optimointitehtävälle. [6]

Optimoinnin aikana poistuvat sauvat saattavat aiheuttaa myös ongelmia. Sauvan poistuessa rakenteesta korvataan sauvan poikkipinta-alan arvo nolllalla. Tämä saattaa johtaa jäykkyyismatriisin singulaarisuuteen, kun optimoinnissa on käytössä perusrakenteen jäykkyyismatriisi ja solmuniirtymät. Koska rakenneanalyysi suoritetaan usein optimoinnin aikana, johtaa jäykkyyismatriisin singulaarisuus optimointiprosessin keskeytymiseen. Sauvojen poistaminen rakenteesta aiheuttaa myös toisenlaisen ongelman: on todettu että jännitysrajoitusfunktioilla on epäjatkuvuuskohta sauvan poikkipinta-alan arvolla nolla. Nämä epäjatkuvuudet saattavat aiheuttaa singulaarisia optimiratkaisuja. [7;6]

2.4 Topologian optimoinnin epälineaarinen formulointi

2.4.1 Yleinen formulointi

Ristikkorakenteen topologian optimointitehtävä on minimipaino-ongelma. Tehtävän kohdefunktiona on rakenteen massa (tilavuus). Suunnittelumuuttujina käytetään perusrakenteen sauvojen poikkipinta-aloja. Rajoitusehtoina ovat sauvajännitykset, jotka ratkaistaan erikseen rakenneanalyysin avulla (yhtälö 2.5). Kun rakenneanalyysi tehdään käyttäen siirtymäperusteista menetelmää, voidaan minimipaino-ongelma formuloida seuraavasti [15]

$$\mathbf{x} = \{A_1, A_2 \dots A_n\} \quad (2.16)$$

$$\min V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n L_i A_i \quad (2.17)$$

siten että

$$\sigma_i^l \leq \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \leq \sigma_i^u \text{ jos } A_i > 0, \forall i = 1, 2 \dots n, j = 1, 2 \dots m \quad (2.18)$$

$$0 \leq A_i \leq A_i^u \quad (2.19)$$

$$\sigma_j(\mathbf{x}) = \mathbf{S} \mathbf{u}_j(\mathbf{x}) \quad (2.20)$$

$$\mathbf{u}_j(\mathbf{x}) = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{p}_j \quad (2.21)$$

jossa

n	on sauvojen lukumäärä
m	kuormitustapausten lukumäärä
\mathbf{x}	suunnittelumuuttujien vektori
$\sigma_{ij}(\mathbf{x})$	sauvan i jännitys kuormitustapauksessa j
$\sigma_j(\mathbf{x})$	vektori, joka sisältää sauvojen jännitykset kuormitustapauksessa j
L_i	on sauvan pituus
A_i	on sauvan poikkipinta-ala
A_i^u	ovat sauvojen poikkipinta-alojen ylärajat
σ_i^l, σ_i^u	ovat sauvajännitysten ala- ja ylärajat
$\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{x})$	on rakenteen jäykkyyismatriisin käänteismatriisi
\mathbf{p}_j	on kuormitusvektori kuormitustapauksessa j
$\mathbf{u}_j(\mathbf{x})$	solmusiirtymävektori kuormitustapauksessa j

Rakenneanalyysi jossa evaluoidaan siirtymät ja jännitykset, suoritetaan erikseen annetuilla suunnittelumuuttujien arvoilla, eivätkä ne ole tehtävässä rajoitusehtoina. Siirtymät ratkaistaan tasapainoyhtälöstä (yhtälö 2.4), eikä jäykkyyismatriisin käänteismatriisia lasketa, vaan kaava (2.21) on vain formaali merkintä.

2.4.2 Jännitysrajoitusten relaxointimenetelmä

Jännitysrajoitusten relaxointimenetelmän avulla voidaan välttää jännitysrajoitusehtojen epäjatkuvuuksista johtuvien singulaaristen optimiratkaisujen aiheuttamat ongelmat. Menetelmässä rajoitusehtoina käytetään jännitysrajoitusten sijasta sauvojen normaalivoimia (kaavat 2.24–2.25). Tällöin päästään eroon jännitysrajoitusyhtälöiden epäjatkuvuuksista. Lisäksi normaalivoimien rajoitusyhtälöihin otetaan käyttöön luku ε ja sauvojen poikkipinta-alojen alarajaksi määritetään ε^2 . Muokkaamalla tehtävän käypää aluetta luvun ε avulla, päästään eroon singulaarisista optimeista. Jännitysrajoitusten relaxointimenetelmän formulointi on seuraavanlainen [6]

$$\mathbf{x} = \{A_1, A_2 \dots A_n\} \quad (2.22)$$

$$\min V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n l_i A_i \quad (2.23)$$

siten että

$$(\sigma_i^l - \sigma_{ij}(\mathbf{x}))A_i \leq \varepsilon \quad \forall i = 1, 2 \dots, n, \quad j = 1, 2 \dots m \quad (2.24)$$

$$(\sigma_{ij}(\mathbf{x}) - \sigma_i^u) A_i \leq \varepsilon \quad (2.25)$$

$$\varepsilon^2 \leq A_i \quad (2.26)$$

$$0 \leq A_i \leq A_i^u \quad (2.27)$$

jossa ε on joku pieni luku, esimerkiksi $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-4}$.

Jännitysrajoitusten relaxointimenetelmän tarkoituksena on suorittaa rakenteen optimointi useita kertoja aina pienentäen lukua ε kunnes saavutetaan optimitulokselta haluttu numeerinen tarkkuus. Stolpe ja Svanberg [21] ovat kuitenkin todistaneet, että jännitysrajoitusten relaxointimenetelmä ei välttämättä aina löydä globaalia optimiratkaisua.

2.5 Lineaarinen optimointi

Topologian ristikkorakenteen optimointitehtävä on yleisessä muodossaan epälineaarinen, mutta se voidaan esittää myös lineaarisessa muodossa. Tällöin niin kohdefunktio kuin kaikki rajoitusyhtälötkin ovat lineaarisia. Lineaarisen optimoinnin tehtävä on minimipaino-ongelma. Kohdefunktiona ovat rakenteen paino (tilavuus) ja suunnittelumuuttujina ovat sauvojen poikkipinta-alat sekä normaalivoimat. Rajoitusehtoina ovat jännitysrajoitusehdot (kaava 2.30) ja solmujen tasapainoyhtälöt (kaava 2.31). Tehtävän lineaarisoinnin seurauksena yhteensopivuusehdot jätetään huomioimatta, joten optimoinnin aikana ei suoriteta rakenneanalyysiä. Lineaarisen formuloinnin etuina on, että ongelmat tehtävän singulaarisuuden kanssa poistuvat. Lisäksi globaali optimi saavutetaan äärellisellä määrällä iteraatioita. Ristikkorakenteen topologian optimointitehtävä voidaan formuloida lineaarisessa muodossa seuraavasti [14]

$$\mathbf{x} = \{A_1, A_2 \dots A_n : N_1^1, N_2^1 \dots N_n^1 : N_1^2, N_2^2 \dots N_n^2 : \dots : N_1^m, N_2^m \dots N_n^m\} \quad (2.28)$$

$$\min V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n l_i A_i \quad (2.29)$$

siten että

$$\sigma^l A_i \leq N_i^m \leq \sigma^u A_i \quad \forall i = 1, 2 \dots n \quad (2.30)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{n}^k = \mathbf{p} \quad \forall k = 1, 2 \dots m \quad (2.31)$$

$$0 \leq A_i \leq A_i^u \quad (2.32)$$

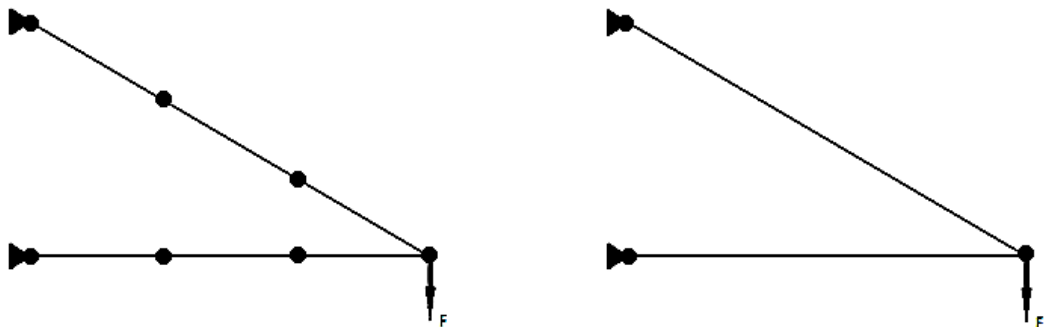
jossa	n	on sauvojen lukumäärä
	m	kuormitustapausten lukumäärä
	l_i	on sauvan pituus
	x_i	on suunnittelumuuttujavektori joka koostuu sauvojen pinta-aloista sekä normaalivoimista eri kuormitustapauksissa
	\mathbf{n}^k	Sauvan normaalivoimavektori, joka koostuu sauvojen normaalivoimista eri kuormitustapauksissa
	\mathbf{p}	Globaali kuormitusvektori
	\mathbf{B}	Staattinenmatriisi, joka sisältää sauvojen suuntakosinit
	A_i	Sauvan poikkipinta-ala pinta-ala
	σ_i^l, σ_i^u	ovat sauvajännitysten ala- ja yläraja
	A_i^u	Sauva pinta-alojen yläraja

Koska lineaarisen optimoinnin tehtävä on konvekksi (luku 2.2), tarkoittaa se sitä, että optimoinnin ratkaisu on aina globaali minimi. Kuitenkaan lineaarisen formuloinnin avulla saatu optimiratkaisu ei ole välttämättä rakenteen todellinen optimi, sillä se ei välttämättä toteuta yhteensopivuusehtoja. Lineaarisen optimoinnin tuloksena voidaan saada joko isostaattisia tai hyperstaattisia rakenteita tai mekanismeja. Isostaattisessa rakenteessa sauvavoimat ovat vakioita ja yhteensopivuusehdot toteutuvat. Kirsch on osoittanut, että kun rakennetta kuormitetaan yhdellä kuormitustapauksella, saadaan aina isostaattinen rakenne [14]. Kuitenkaan useamman kuin yhden kuormitustapauksen kohdalla isostaattista rakennetta ei voida taata. Hyperstaattisissa rakenteissa rajoitusehdot toteutuvat, mutta yhteensopivuusehdot eivät. Tällöin ratkaisua voidaan pitää alarajana todelliselle optimille ja käyttää vertailukohtana muihin ratkaisuihin. Mekanismit on tasapainossa annettujen kuormitusten suhteen, mutta toisenlaiset kuormitukset voivat johtaa rakenteen stabiilisuuden menettämiseen.

2.6 Nurjahdus

Nurjahdusrajoitusehtojen käyttö topologian optimoinnissa tuo mukanaan omat haasteensa optimointiin. Yhtenä ongelmana on, että nurjahdusrajoitusehtojen käyttö saattaa johtaa singulaariseen optimiin. Tämä ongelma voidaan kuitenkin ohittaa edellä esitetyn jännitysrajoitusehtojen relaksointi-formuloinnin avulla. [10]

Toisena ongelmana on, että sauvojen nurjahduspituus saattaa muuttua optimoinnin aikana. Tämä tapahtuu silloin kun rakenteessa on useita sauvoja jonossa ja niihin kohdistuu puristavaa kuormitusta. Tällöin optimoinnin tuloksena poistetaan sauvojen välistä niveliä ja yhdistetään kaksi sauvaa yhdeksi, jolloin uuden sauvan nurjahduspituus on suurempi kuin yksittäisten alkuperäisten (kuva 11). Uuden sauvan nurjahdumiseen tarvitaan pienempi voima aiempiin sauvoihin verrattuna. Kuitenkaan tätä uuden sauvan nurjahduspituutta ei oteta huomioon sauvan rajoitusehdoissa, vaan sitä verrataan alkuperäiseen jännitysrajan arvoon. Yhtenä ratkaisuna ongelmaan on sisällyttää formulointiin globaali stabiilisuusehto [10]. Globaalien stabiilisuusehtojen käyttö saattaa kuitenkin johtaa siihen, että optimirakenteet, joissa esiintyy pitkiä puristussauvoja, hylätään. Achtzigerin [2] kehittämässä menetelmässä käytetään peräkkäin ketjussa olevien sauvojen nurjahduspituutta yksittäisten sauvojen pituuden sijaan. Ketjussa olevat sauvat ovat keskenään suorassa linjassa eikä ketjun sisällä sijaitsevat solmut saa olla tuettuina sivuttaissuunnassa.



Kuva 11 Optimoinnin tuloksena vasemman puoleisesta ristikosta on poistunut kaksi solmua. Nyt uudessa rakenteessa olevan puristussauvan pituus on kolminkertainen verrattuna alkuperäisessä rakenteessa oleviin puristussauvoihin.

Tässä työssä käytetty menetelmä nurjahduksen tarkasteluun kehitettiin juuri tätä tiettyä kohdetta varten tavoitteena saada alustava arvio rakenteen massasta sekä sauvojen (oikeassa rakenteessa palkkien) pinta-aloista, kun nurjahdus on otettu huomioon. Menetelmä perustuu nurjahduksen pienennyskertoimen määrittämiseen, joka lasketaan Eurocode 3:n mukaisesti [9]. Eurocode 3:n mukaan puristetun sauvan nurjahduskestävyys voidaan määrittää yhtälön avulla

$$N \geq -\frac{\chi f_y A}{\gamma_{Mi}} \quad (2.33)$$

jossa N on sauvavoima
 χ pienennyskerroin
 f_y materiaalin myötöraja
 γ_{Mi} sauvojen kestävyys osavarmuusluku

Menetelmä on kehitetty käytettäväksi lineaarisen formuloinnin kanssa. Menetelmää kehitettiin myös epälineaariseen formulaatioon mutta konvergenti- sekä aikatauluongelmien takia sitä ei ehditty saada toimimaan epälineaarisessa formulaatiossa. Nurjahdustarkastelun ideana on, että ensin rakenne optimoidaan käyttäen jännityksen alarajana negatiivista myötörajan arvoa. Optimoitujen sauvapinta-alojen avulla lasketaan nurjahduksen pienennyskerroin χ neliöputkelle Eurocode 3:n mukaisesti

$$w = \frac{A + 4 \cdot t^2}{4 \cdot t} \quad (2.34)$$

$$I = \frac{w^4 - (w - 2 \cdot t)^4}{12} \quad (2.35)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2} \quad (2.36)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (2.37)$$

$$jos \lambda \leq 0.2 \quad (2.38)$$

$$\chi = 1$$

muuten

$$\phi = 0.5 \cdot (1 + \alpha \cdot (\lambda - 0.2) + \lambda^2) \quad (2.39)$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{(\phi^2 - \lambda^2)}} \quad (2.40)$$

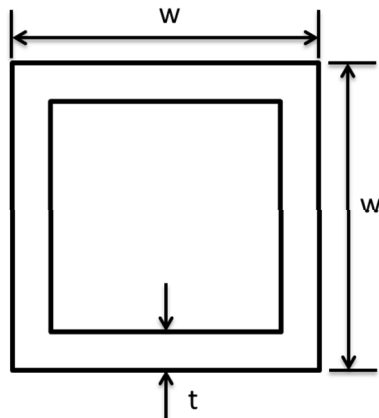
jossa A on ensimmäisellä optimointikierröksellä saatu sauvan pinta-ala
w neliömomentin laskemiseen tarvittavan poikkileikkausprofiilin sivun pituus
t neliömomentin laskemiseen tarvittavan poikkileikkausprofiilin seinämän paksuus
I neliömomentti
 N_{cr} kriittinen nurjahduskuorma
E kimmokerroin
 L_{cr} sauvan nurjahduspituus
 f_y materiaalin myötöraja
 λ muunnettu hoikkuus
 α poikkileikkauksesta riippuva epätarkkuustekijä, jonka arvo saadaan taulukoista
 ϕ piennennystekijä

Tämän jälkeen lasketaan pienennyskerroimen avulla jännityksille uusi alaraja (taulukko 1) ja optimoidaan rakenne uudestaan.

Taulukko 1 Esimerkki jännitysalarajan laskennasta, kun nurjahdus otetaan huomioon.

sauva	A (mm ²)	t (mm)	E (GPa)	α	L (mm)	χ	jännitysalaraja ilman nurjahdusta ($-f_y$) (MPa)	Jännitysalaraja nurjahduksen kanssa ($-f_y \cdot \chi$) (MPa)
1	240	2	210	0,49	1000	0,38	-480	-182,4
2	400	2	210	0,49	1000	0,58	-480	-278,4
3	1280	4	210	0,49	1500	0,73	-480	-350,4
4	1600	4	210	0,49	1500	0,88	-480	-422,4
5	4800	6	210	0,49	3000	0,89	-480	-427,2

Pienennyskertoimen laskennassa tarvitsee määrittää sauvan neliömomentti nurjahdusvoiman laskentaa varten. Neliömomenttia ei kuitenkaan saada suoraan laskettua optimoinnin tuloksista, joten profiilin muodosta on tehtävä oletuksia. Koska lopullisissa rakenteissa käytettäisiin SHS-profiilin palkkeja (kuva 12), oli vaihtoehtona joko poikkileikkauksen sivun pituuden tai seinämän vahvuuden asettaminen vakioksi. Lopulta päädyttiin asettamaan seinämän paksuus vakioksi. Tähän päädyttiin koska palkin sivujen pituuksien haluttiin sallia muuttuvan.

**Kuva 12** Sauvan poikkileikkauksen seinämän paksuus t sekä sivun pituus w .

Optimoitujen sauvapinta-alojen arvot vaihtelivat suuresti noin muutamasta kymmenestä tuhansiin neliömillimetreihin. Tämän takia pienennyskerrointen määrittely päädyttiin jakamaan eri luokkiin, jotta pinta-alojen ja seinämän vahvuuksien suhde olisi realistinen. Muutamien kokeilujen jälkeen päädyttiin pienennyskertoimen määrittely jakaa kolmeen luokkaan. Kahden luokan käyttö johti useimmiten joko mekanismeihin tai muuten epäkäytännöllisiin rakenteisiin (liite 1). Useamman kuin kolmen luokan käytöllä ei puolestaan havaittu olevan selvää etua kolmeen luokkaan, joten valittiin kolmen luokan käyttö. Ensimmäisessä luokassa ovat sauvat joiden pinta-alat ovat alle 100 mm². Näille sauvoille pienennyskerroin asetetaan 1 suuruiseksi, jolloin kyseisille sauvoille ei oteta nurjahdusta huomioon vaan jännitysalarajaksi tulee myötöraja puristuksessa. Toiseen luokkaan kuuluvat sauvat, joiden pinta-alat ovat välillä 100 mm² ja 700 mm², joille pienennyskerroin lasketaan seinämän paksuuden arvolla 2 mm. Viimeisessä luokassa ovat sauvat, joiden pinta-alat ovat suurempia kuin 700 mm², jolloin pienennyskerroin lasketaan seinämän paksuudella 4 mm.

Poikkileikkausluokkien jako haettiin testioptimointien avulla ja lopulta päädyttiin edellä esitettyyn malliin.

2.7 Matlab algoritmit

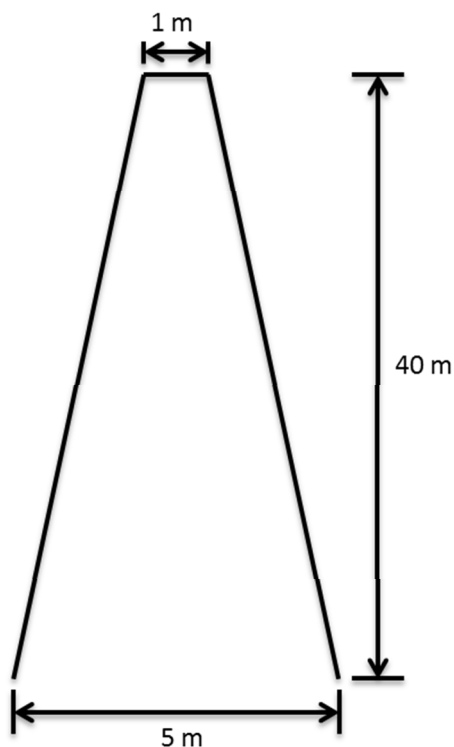
Rakenteen optimointi tehdään Matlabissa käyttäen hyväksi valmiita optimointialgoritmeja. Lineaarisessa optimoinnissa käytetään Gurobi ohjelmiston [11] ratkaisualgoritmia, jota kutsutaan Matlabista. Epälineaarinen optimointi lasketaan Matlabin fmincon-funktiolla. Fmincon-funktion eri ratkaisualgoritmeista käytettiin active-set algoritmia, joka perustuu Karusch-Kuhn-Tucker-ehtojen (KKT) ratkaisemiseen [3]. KKT-ehdot määrittelevät tehtävän optimaalisuusehdot.

Gurobi ohjelmisto käyttää lineaaristen optimointitehtävien ratkaisemiseksi kahta algoritmia, jotka perustuvat yleisesti hyvin tunnettuihin simplex- ja sisäpistemenetelmiin [3]. Gurobi ratkaisee tehtävää kummankin menetelmän avulla yhtä aikaa ja antaa ratkaisun siltä menetelmältä, joka sen ensiksi saavuttaa.

3 Ristikkotornin optimointi

Optimointiohjelman testitehtävänä optimoidaan kuvan 13 mukainen ristikkotorni. Tornirakenteesta saadaan esiin 3D-ristikolle ominaiset ilmiöt, joten se sopii hyvin testitehtäväksi, koska tilaajan sovellus on 3D-ristikko. Ristikkotornin optimointi on massan minimointitehtävä, missä kaikki käytetyt elementit ovat sauvaelementtejä ja liitokset käsitellään pallonivelinä. Lähtötiedot rakenteelle ovat (kuva 13):

- Korkeus 40 m
- Pohjaympyrän halkaisija 5 m
- Huipun halkaisija 1,0 m



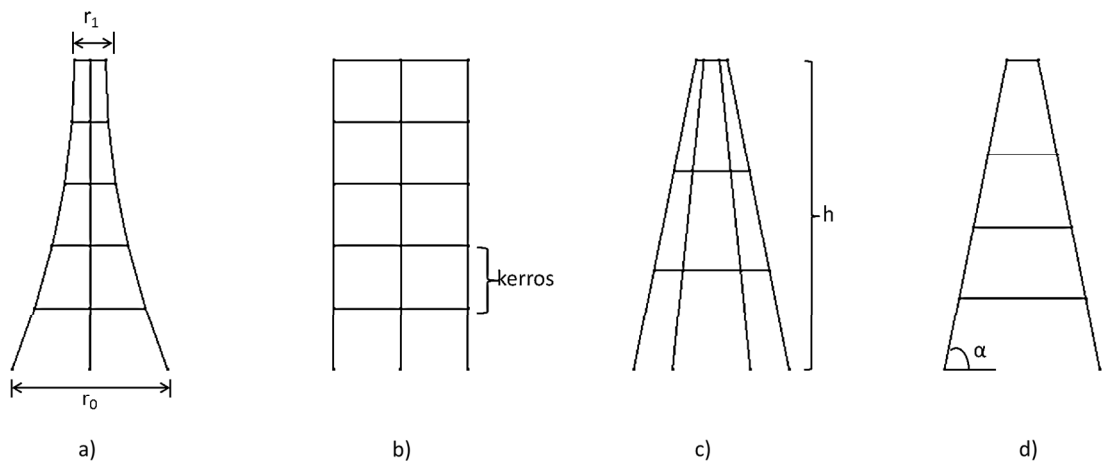
Kuva 13 Optimoitavan rakenteen dimensiot.

Tornin optimoinnissa rajoitusehtoina on käytetty sauvojen poikkipinta-alojen sekä sauvajännitysten ylä- ja alarajoja. Sauvajännitysten yläraja $\sigma^u = f_y$ ja alaraja $\sigma^l = -f_y$, jossa f_y on materiaalin myötörajan arvo 480 MPa. Kun optimoinnissa otettiin huomioon sauvojen nurjahtaminen, käytettiin sauvajännitysten alarajoina luvun 2.6 mukaisesti laskettuja arvoja. Tornin topologian optimoinnissa sovellettiin sekä lineaarisen (luku 2.5, kaavat 2.28-2.32) että epälineaarisen (luku 2.4.2, kaavat 2.22-2.27) optimoinnin mukaisia formulointeja.

3.1 Perusrakenne

Perusrakenteen lähtökohtana oli, että se olisi helposti muokattavissa muutamia parametreja muuttamalla. Perusrakenteiden luomisessa otettiin insinöörilähtöinen näkökulma ja työn aikana kokeiltiin useita erilaisia perusrakenteita muuntelemalla rakenteen globaalia geometriaa (pystysuora vai kalteva), solmujen sijaintia (välisolmut), kulmatolppien lukumäärää (3,4,5,6). Lopulta perusrakenteen luomiseen tarvittaviksi tiedoiksi määräytyivät (kuva 14):

- Kulmatolppien lukumäärä
- Pohjan sekä yläosan säde
- Tornin korkeus
- Kerrosten lukumäärä
- Tornin profiili (pystysuora, kalteva tai paraboloidi)
- Kaltevuus kulma

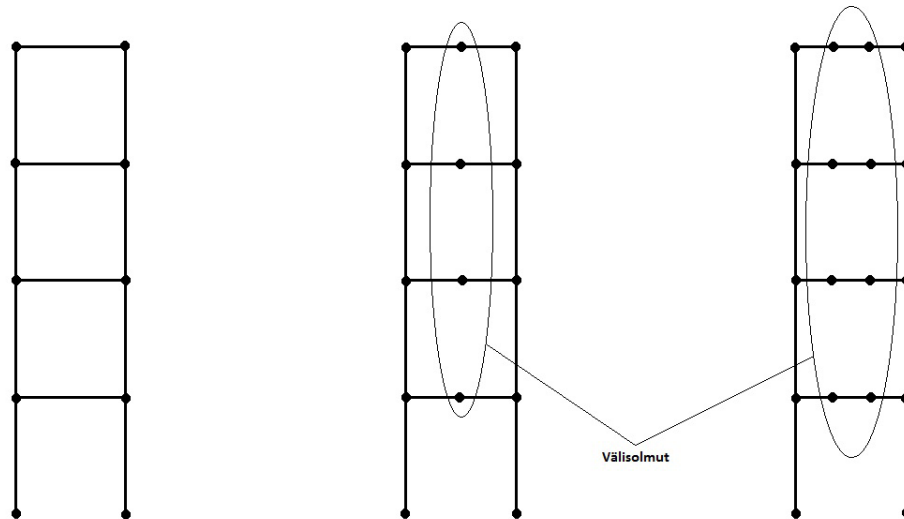


Kuva 14 Perusrakenteen erilaisia parametreja kuten tornin profiili, kerrosten lukumäärä, kulmatolppien lukumäärä, kaltevuuskulma α , pohjan säde r_0 , yläosan säde r_1 sekä korkeus h .

Kun vaaditut tiedot on määritetty, aloitetaan perusrakenteen luominen määrittelemällä säteelle sekä korkeudelle vektorit, jotka pitävät sisällään jokaisen kerroksen säteen ja korkeuden. Jokaiselle kerrokselle lasketaan siis oma säteen ja korkeuden arvo. Tornille voidaan luoda eri profiileita muokkaamalla näitä vektoreita, esimerkiksi ylöspäin kapenevassa tornissa säteen arvoa pienennetään lineaarisesti joka kerroksessa.

Kun säde- ja korkeusvektorit on muodostettu, voidaan siirtyä solmukoordinaattien luotu. Solmukoordinaatit määritetään säde- ja korkeusvektorien mukaan aina tietyille kerroksille, jakamalla solmut kerroksen pohjaympyrän kehälle tasavälein. Solmujen määrä kerroksissa määräytyy kulmatolppien lukumäärän mukaan.

Perusrakenteeseen voidaan lisätä myös solmuja kulmasolmujen väleihin. Nämä lisätään rakenteeseen jakamalla kulmatolppien välinen suora kahteen tai kolmeen osaan jolloin saadaan lisättyä yksi tai kaksi välisolmua (kuva 15).



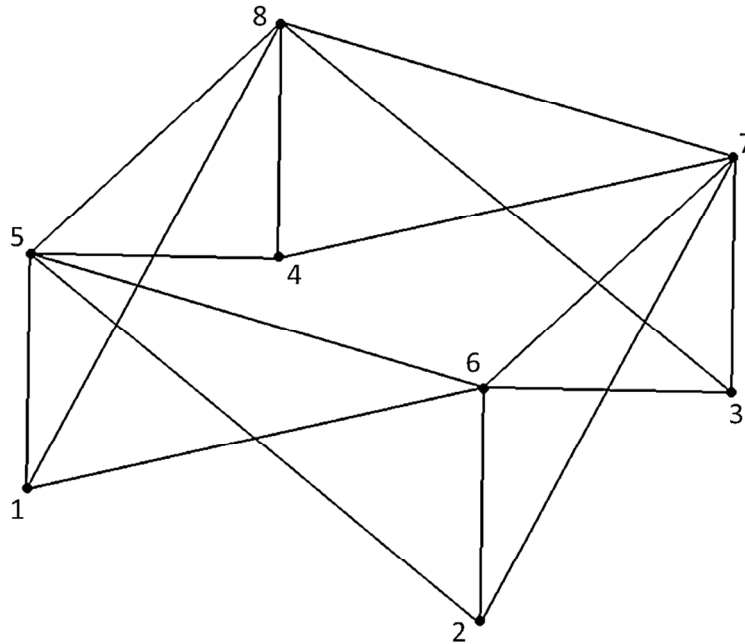
Kuva 15 Perusrakenne ilman väisolmuja sekä väisolmujen kanssa.

3.1.1 Insidenssimatriisi

Perusrakenteen sauvat luodaan insidenssimatriisiin avulla. Insidenssimatriisi on symmetrinen matriisi, joka koostuu nolista ja ykkösistä. Insidenssimatriisin alkio C_{ij} kertoo onko solmujen i ja j välillä sauvaa vai ei. [17]

$$C_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jos solmujen } i \text{ ja } j \text{ välillä on sauva} \\ 0, & \text{muuten} \end{cases} \quad (3.1)$$

Solmunumeroinnin järjestys on tärkeä valita järkevästi, jotta insidenssimatriisin kokoaminen voidaan automatisoida ja näin ollen koota myös suurissa rakenteissa, joissa yhteen solmuun liittyy useita elementtejä. Tässä työssä elementtinumerointi on valittu siten, että se alkaa pohjakerroksesta ja kiertää aina kerroksen läpi, jonka jälkeen siirrytään seuraavaan kerrokseen. Esimerkiksi nelikulmaiselle rakenteen kahden ensimmäisen kerroksen numerointi ilman väisolmuja on esitetty kuvassa 16.



Kuva 16 Kuvassa on esitetty laskennassa käytetty solmunumerointi.

Tällöin kuvan 16 kaltaiselle perusrakenteelle saataisiin insidenssimatriisiksi:

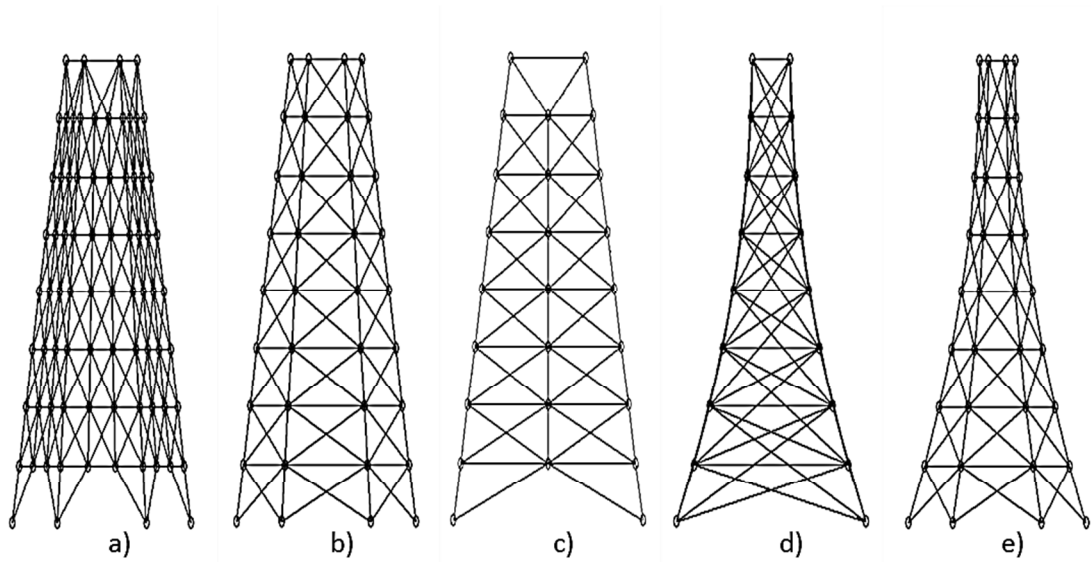
$$\begin{array}{cccccccc|c}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
 \left[\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array} \right] & \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}
 \end{array}$$

Matriisin alkioista voidaan siis päätellä, mitkä solmut ovat yhdistetty toisiinsa sauvilla. Esimerkiksi alkion (5,1) arvo on yksi, jolloin solmut yksi ja viisi ovat yhdistetty sauvalla.

3.1.2 Perusrakenteen valinta

Optimointia varten luotiin useita perusrakenteita (kuva 17), joista valittiin kaksi perusrakennetta lopullista optimointia varten. Perusrakenteen valinta tehtiin yhteistyössä työn tilaajan kanssa. Perusrakenteen valintaan vaikuttivat muun muassa testioptimoinneissa saadut rakenteiden massat, sauvojen poikkipinta-alojen arvot sekä liitosten lukumäärä. Lisäksi arvioitiin rakenteen valmistettavuutta (yhdessä työn tilaajan kanssa). Esimerkiksi kalteva torni olisi helpompi valmistaa kuin torni, jonka profiili olisi paraboloidi. Optimointia varten tutkittiin seuraavat perusrakenteet:

- 3-,4-,5-,6-kulmaiset rakenteet
- Rakenteet, joissa oli 0,1 tai 2 välisolmua
- Kalteva ja paraboloidiset profiilit
- Rakenteet, joissa diagonaalisauvat ulottuvat yhden kerroksen yli (kuva 17d)



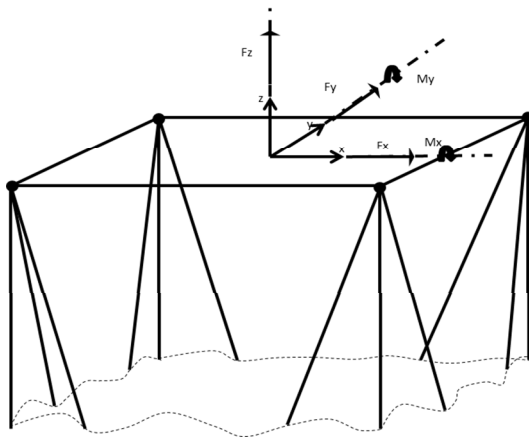
Kuva 17 Optimointia varten luotuja erilaisia perusrakenteita.

3.2 Kuormitustapaukset ja tuenta

Ristikkotornia kuormittaa kolme voimaa F_x , F_y , F_z sekä kaksi momenttia M_x ja M_y . Koska tornin kuormituksen suunta voi muuttua vapaasti, on optimointitehtävään sisällytetty useampia kuormitustapauksia. Tämä toteutettiin kiertämällä nelikulmaisessa rakenteessa kuormituksia 45 asteen välein, jolloin saatiin yhteensä kahdeksan eri kuormitustapausta. Vastaavasti kuusikulmaiselle rakenteelle kuormituksia kierretään 30 asteen välein, jolloin kuormitustapauksia tulee yhteensä 12. Tornin kuormitusten määrittelyssä on käytetty kuvan 18 mukaista koordinaatistoa. Rakennetta kuormittavien voimien sekä momenttien arvot ovat esitetty taulukossa 2.

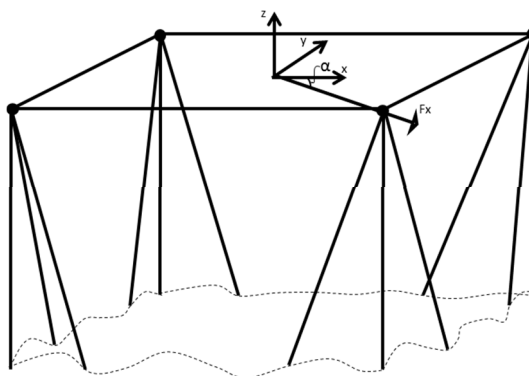
Taulukko 2 Tornin kuormitukset taulukoituna globaalissa koordinaatistossa.

F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)	M_x (Nmm)	M_y (Nmm)
200	50	-200	2,50E+08	1,00E+08



Kuva 18 Voimien määrittämiseen käytetty tornin huipun koordinaatisto.

Taulukoissa 3 ja 4 on esitetty kaikki kuormitustapaukset neli- ja kuusikulmaisille rakenteille. α on voimien kiertokulma, joka on voiman F_x sekä x-akselin välinen kulma (kuva 19). Voimia kierretään z-akselin ympäri myötäpäivään.



Kuva 19 Voimien kiertokulma α .

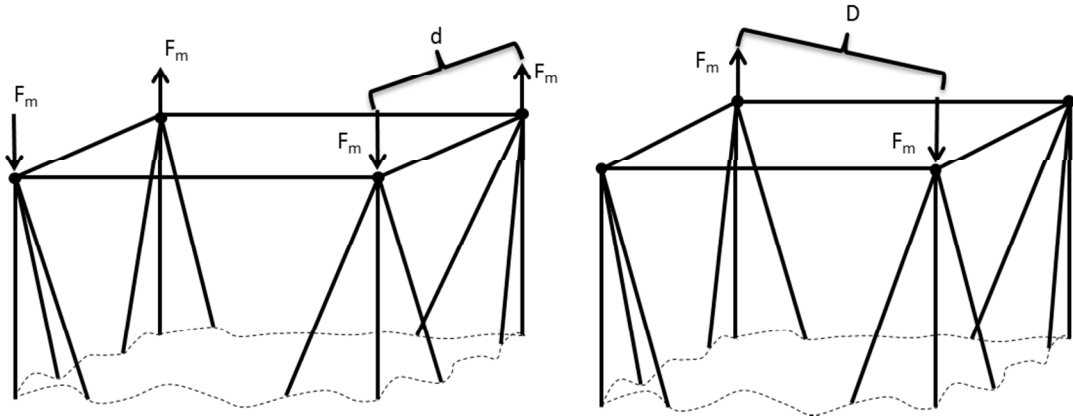
Taulukko 3 Kuormitustapaukset nelikulmaisille rakenteille.

LC 1	Fx	Fy	Fz	α
	50000	12500	197487	0
	50000	12500	-156066	
	50000	12500	-297487	
	50000	12500	56066	
LC 2	Fx	Fy	Fz	α
	44194	-26517	50000	45
	44194	-26517	-300000	
	44194	-26517	-150000	
	44194	-26517	200000	
LC 3	Fx	Fy	Fz	α
	12500	-50000	-156066	90
	12500	-50000	-297487	
	12500	-50000	56066	
	12500	-50000	197487	
LC 4	Fx	Fy	Fz	α
	-26517	-44194	-300000	135
	-26517	-44194	-150000	
	-26517	-44194	200000	
	-26517	-44194	50000	
LC 5	Fx	Fy	Fz	α
	-50000	-12500	-297487	180
	-50000	-12500	56066	
	-50000	-12500	197487	
	-50000	-12500	-156066	
LC 6	Fx	Fy	Fz	α
	-44194	26517	-150000	225
	-44194	26517	200000	
	-44194	26517	50000	
	-44194	26517	-300000	
LC 7	Fx	Fy	Fz	α
	-12500	50000	56066	270
	-12500	50000	197487	
	-12500	50000	-156066	
	-12500	50000	-297487	
LC 8	Fx	Fy	Fz	α
	26517	44194	200000	315
	26517	44194	50000	
	26517	44194	-300000	
	26517	44194	-150000	

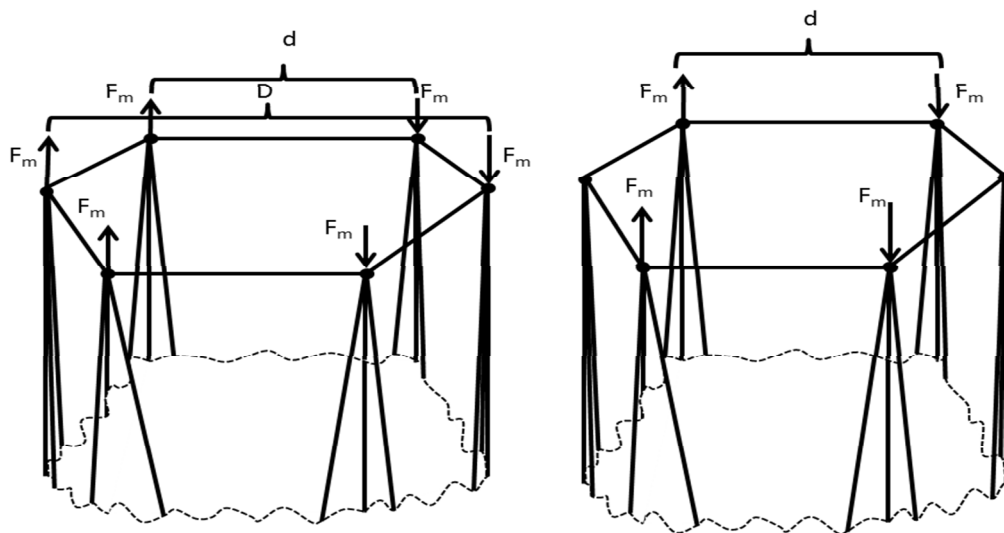
Taulukko 4 Kuormitustapaukset kuusikulmaisille rakenteille.

LC 1	Fx	Fy	Fz	α
	33333	8333	61004	0
	33333	8333	161004	
	33333	8333	16667	
	33333	8333	-127671	
	33333	8333	-227671	
	33333	8333	-83333	
LC 2	Fx	Fy	Fz	α
	33034	-9450	91667	30
	33034	-9450	149402	
	33034	-9450	-100598	
	33034	-9450	-158333	
	33034	-9450	-216068	
	33034	-9450	33932	
LC 3	Fx	Fy	Fz	α
	23884	-24701	161004	60
	23884	-24701	16667	
	23884	-24701	-127671	
	23884	-24701	-227671	
	23884	-24701	-83333	
	23884	-24701	61004	
LC 4	Fx	Fy	Fz	α
	8333	-33333	149402	90
	8333	-33333	-100598	
	8333	-33333	-158333	
	8333	-33333	-216068	
	8333	-33333	33932	
	8333	-33333	91667	
LC 5	Fx	Fy	Fz	α
	-9450	-33034	16667	120
	-9450	-33034	-127671	
	-9450	-33034	-227671	
	-9450	-33034	-83333	
	-9450	-33034	61004	
	-9450	-33034	161004	
LC 6	Fx	Fy	Fz	α
	-24701	-23884	-100598	150
	-24701	-23884	-158333	
	-24701	-23884	-216068	
	-24701	-23884	33932	
	-24701	-23884	91667	
	-24701	-23884	149402	
LC 7	Fx	Fy	Fz	α
	-33333	-8333	-127671	180
	-33333	-8333	-227671	
	-33333	-8333	-83333	
	-33333	-8333	61004	
	-33333	-8333	161004	
	-33333	-8333	16667	
LC 8	Fx	Fy	Fz	α
	-33034	9450	-158333	210
	-33034	9450	-216068	
	-33034	9450	33932	
	-33034	9450	91667	
	-33034	9450	149402	
	-33034	9450	-100598	
LC 9	Fx	Fy	Fz	α
	-23884	24701	-227671	240
	-23884	24701	-83333	
	-23884	24701	61004	
	-23884	24701	161004	
	-23884	24701	16667	
	-23884	24701	-127671	
LC 10	Fx	Fy	Fz	α
	-8333	33333	-216068	270
	-8333	33333	33932	
	-8333	33333	91667	
	-8333	33333	149402	
	-8333	33333	-100598	
	-8333	33333	-158333	
LC 11	Fx	Fy	Fz	α
	9450	33034	-83333	300
	9450	33034	61004	
	9450	33034	161004	
	9450	33034	16667	
	9450	33034	-127671	
	9450	33034	-227671	
LC 12	Fx	Fy	Fz	α
	24701	23884	33932	330
	24701	23884	91667	
	24701	23884	149402	
	24701	23884	-100598	
	24701	23884	-158333	
	24701	23884	-216068	

Koska sauvaelementti ei ota vastaan taivutusrasitusta, täytyy tornia kuormittavat momentit muuttaa voimapareiksi. Voimien kiertäminen johtaa siihen, että yhtä rakennetta kohti tarvitaan kaksi erilaista voimaparia kuvaamaan momentteja. Tämä johtuu siitä, että voimia kierrettäessä momenttivarsien pituudet muuttuvat (kuvat 20 ja 21).



Kuva 20 Voimaparien voima F_m sekä voimaparien eri etäisyydet d ja D nelikulmaiselle rakenteelle.



Kuva 21 Voimaparien voima F_m sekä voimaparien eri etäisyydet d ja D kuusikulmaisessa rakenteessa.

Nelikulmaiselle tornille voidaan kaksi voimaparitapausta muodostaa seuraavasti. Kuvan 20 vasemmanpuoleisessa tapauksessa voimaparin voima F_m on

$$F_m = \frac{M}{2d} \quad (3.2)$$

$$d = 2r \sin(45^\circ) \quad (3.3)$$

kun taas kuvan 18 oikeanpuoleisen voimaparin voima F_m saadaan yhtälöstä

$$F_m = \frac{M}{D} \quad (3.4)$$

$$D = 2r \quad (3.5)$$

jossa r on tornin huipun säde.

Vastaavasti kuusikulmaiselle rakenteelle (kuva 21) voidaan määritellä kaksi erilaista voimaparitapausta. Vasemmanpuoleisessa tapauksessa kuusikulmaiselle rakenteella voimaparien voima F_m on

$$F_m = \frac{M}{2d+D} \quad (3.6)$$

$$d = 2r \sin(30^\circ) \quad (3.7)$$

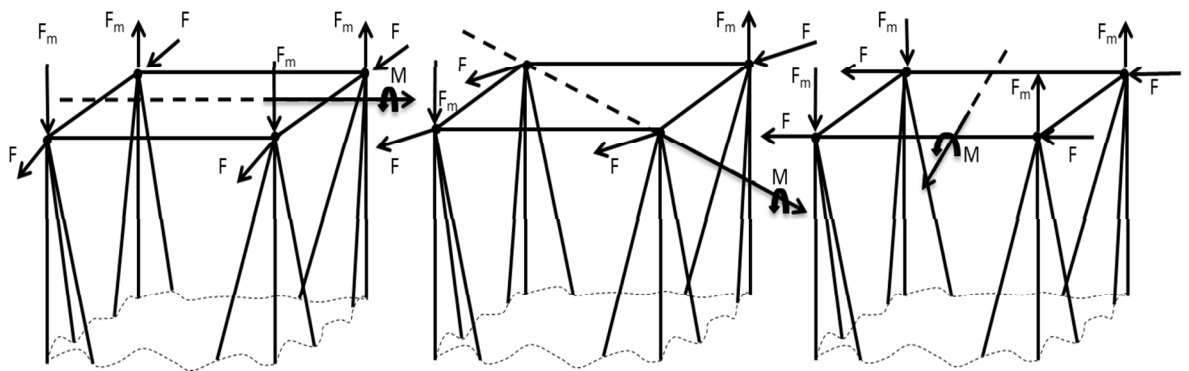
$$D = 2r \quad (3.8)$$

kuvan 19 oikeanpuoleisessa tapauksessa saadaan voimaparin voima F_m yhtälöstä

$$F_m = \frac{M}{2d} \quad (3.9)$$

$$d = 2r \sin(30^\circ) \quad (3.10)$$

Tornia kuormittavat voimat F_x , F_y , F_z jaetaan vaikuttamaan tornin huipun solmuihin vaikuttamaan. Lopulta voimat ja voimaparit yhdistetään kuormitusvektoreiksi eri kuormitustapauksille. (kuva 22).



Kuva 22 Voimaparien kierto nelikulmaisessa rakenteessa eri kuormitustapauksia varten. Voima F on voimien F_x ja F_y resultantti.

3.3 Optimoitujen rakenteiden analysointi

Optimoidut rakenteet haluttiin analysoida valmisohjelman avulla. Rakenteesta haluttiin tarkastella elementtien jännitykset sekä rakenteen stabiilisuus. Optimoitujen rakenteiden analysointiin käytettiin Ansys-ohjelmistoa. Rakenne mallinnettiin Ansysiin kehärakenteena, jossa liitokset käsitellään jäykkinä liitoksina ja ristikko mallinnetaan palkkielementtien avulla. Elementillä on kaksi solmua ja kummassakin solmussa on 6 vapausastetta. Elementin poikkipinnan profiili on ontto nelikulmio. Koska sauvaelementistä saadaan ainoastaan kokonaispinta-ala, joudutaan palkkielementin mallinnuksessa määrittämään profiilista seinämän paksuus vakioksi, jonka avulla saadaan profiilin sivun pituudet laskettua. Luvussa 2.6 esitetyn nurjahdustarkastelun tavoin seinämän paksuuden arvot on jaettu kolmelle eri pinta-ala alueelle. Elementeille, joiden pinta-alat ovat pienempiä kuin 150 mm^2 asetetaan seinämän paksuuden arvoksi 1.5 mm. Elementtien seinämän paksuus on 2.5 mm, jos elementin pinta-ala on välillä $150 - 1000 \text{ mm}^2$. 1000 mm^2 tai yli pinta-alojen arvoille määritetään seinämän paksuuden arvoksi 4 mm. Seinämän paksuudet ovat valittu siten, että ne vastaavat Stalatuben Lean Duplex-rakenneputkien poikkipinta-alojen arvoja neliöputkillla. [19]

Optimoidun rakenteen siirtämiseksi Matlabista Ansysiin luotiin Matlabiin ohjelma, joka kirjoittaa input-tiedoston Ansysiin. Tiedoston alussa (kuva 23) määritellään käytetty elementtityyppi (komento *ET*) sekä materiaalin kimmokerroin, Poissonin luku ja tiheys (komennot *mp EX*, *PRXY*, *DENS*).

```
/prep7
/units,MPa
ET, 1,BEAM188
mp, EX, 1, 210000
mp, prxy, 1, 0.3
mp, dens, 1, 7.85e-9
```

Kuva 23 Input-tiedoston alussa määriteltävät materiaaliarvot.

Tämän jälkeen määritetään rakenteen solmukoordinaatit. Komennon alussa määritetään solmun numero ja sen jälkeen solmun koordinaatit globaalissa koordinaatistossa (kuva 24).

```
n, 18, -753.5, -753.5, 1e+004
n, 19, 753.5, -753.5, 1e+004
n, 20, 753.5, 753.5, 1e+004
n, 21, -720.1, 720.1, 1.25e+004
n, 22, -720.1, -720.1, 1.25e+004
n, 23, 720.1, -720.1, 1.25e+004
```

Kuva 24 Input-tiedostoon määriteltävät solmukoordinaatit.

Solmukoordinaattien jälkeen luodaan elementtien muodostamiseen tarvittavat tiedot (kuva 25). Ensimmäiseksi määritetään palkin poikkileikkaus komennolla *sectype*, jonka jälkeen poikkileikkauksen dimensioidut (sivujen pituudet sekä seinämän paksuudet) generoidaan komennolla *secdata*. Komento *secnum* määrittelee elementin numeron. Lopuksi lisätään vielä elementtiin liittyvien solmujen numerot (komento *e*).

```

sectype, 1 ,beam ,hrec
secdata, 4.284132e+002 ,4.284132e+002 ,4 ,4 ,4 ,4
secnum, 1
e, 1 , 5
sectype, 2 ,beam ,hrec
secdata, 25 ,25 ,1.500000e+000 ,1.500000e+000 ,1.500000e+000
,1.500000e+000
secnum, 2
e, 1 , 6
sectype, 3 ,beam ,hrec
secdata, 1.642570e+001 ,1.642570e+001 ,2.500000e+000 ,2.500000e+
000 ,2.500000e+000 ,2.500000e+000
secnum, 3

```

Kuva 25 Palkkielementtien poikkileikkauksen ja sekä dimensioiden määrittäminen.

Viimeisenä kohtana input-tiedostosta löytyy rakenteen tuenta sekä kuormitustapaukset (kuva 26). Ensimmäiseksi on määriteltävä rakenteen tuenta. Komennon alussa kerrotaan solmunumeroiden avulla mihin solmuihin tuenta tulee ja sen perään tuetut vapausasteet. Komennolla *f* generoidaan rakennetta kuormittavat voimat. Ensimmäiseksi ilmoitetaan solmu, joihin voima vaikuttaa. Tämän jälkeen tulevat voiman suunta ja voiman suuruus. *ACEL* komennolla kerrotaan mallissa vaikuttavan globaalin kiihtyvyyden suunta ja suuruus, joka tässä tapauksessa on putoamiskiihtyvyys z-akselin negatiiviseen suuntaan. *Lswrite* yhdistää kaikki sitä edellä esitetyt voimat omaksi kuormitustapaukseksi. Komennolla *fdel, all* poistetaan kaikki sitä ennen määritellyt voimat. Tämä komento ajetaan aina ennen uuden kuormitustapauksen määrittämistä, jotta edellisten kuormitustapausten voimat eivät yhdistyisi uuteen kuormitustapaukseen.

```

d, 1 ,all
d, 2 ,all
d, 3 ,all
d, 4 ,all

f, 65 ,FX, 5e+004
f, 66 ,FX, 5e+004
f, 67 ,FX, 5e+004
f, 68 ,FX, 5e+004
f, 65 ,FY, 1.25e+004
f, 66 ,FY, 1.25e+004
f, 67 ,FY, 1.25e+004
f, 68 ,FY, 1.25e+004
f, 65 ,FZ, 1.975e+005
f, 66 ,FZ, -1.561e+005
f, 67 ,FZ, -2.975e+005
f, 68 ,FZ, 5.607e+004
ACEL,0,0,9.81e3,
lswrite,1
fdel,all

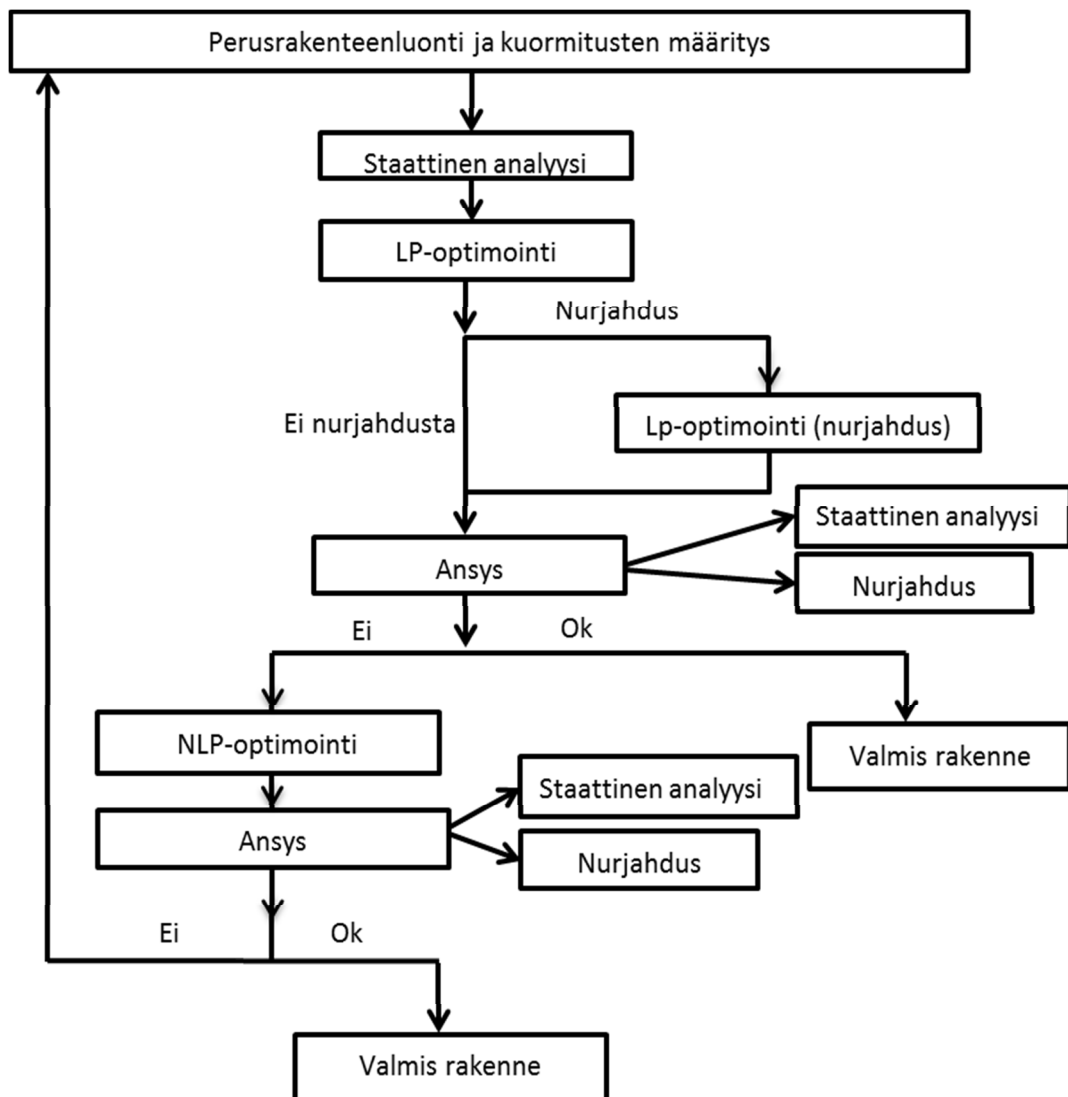
f, 65 ,FX, 4.419e+004
f, 66 ,FX, 4.419e+004
f, 67 ,FX, 4.419e+004
f, 68 ,FX, 4.419e+004
f, 65 ,FY, -2.652e+004
f, 66 ,FY, -2.652e+004
f, 67 ,FY, -2.652e+004
f, 68 ,FY, -2.652e+004
f, 65 ,FZ, 5e+004
f, 66 ,FZ, -3e+005
f, 67 ,FZ, -1.5e+005
f, 68 ,FZ, 2e+005
ACEL,0,0,9.81e3,
lswrite,2
fdel,all

```

Kuva 26 Rakenteen tuennan sekä kuormitusten määrittäminen input-tiedostoon.

4 Optimointiprosessi ja tulokset

Optimointiprosessista muodostui lopulta kuvan 27 mukainen. Optimointi alkaa perusrakenteen luomisesta ja kuormitusten määrittelemisestä. Tämän jälkeen suoritetaan perusrakenteelle staattinen analyysi, jolla varmistetaan, ettei perusrakenne ole mekanismi. Seuraavaksi rakenne optimoidaan ensimmäisen kerran lineaarisen optimoinnin avulla. Lineaarisen optimoinnin jälkeen voidaan valita halutaanko rakenteessa ottaa huomioon nurjahduksen vaikutus. Jos halutaan, optimoidaan rakenne uudestaan käyttäen tällä kertaa muokattuja jännitysalarajoja. Jos nurjahdusta ei haluta ottaa huomioon, analysoidaan rakenne Ansysilla. Näistä tuloksista suunnittelija päättää, täyttääkö optimoitu rakenne vaatimukset, jotka rakenteelle on annettu. Jos rakenne ei tyydytä suunnittelijaa, voidaan seuraavaksi suorittaa epälineaarinen optimointi, jonka jälkeen rakenteelle suoritetaan uusi rakenneanalyysi Ansysilla. Jos suunnittelija edelleen näkee tarvetta muutoksiin, täytyy silloin palata optimointiprosessin alkuun muokkaamaan perusrakennetta.



Kuva 27 Optimointi-ohjelman rakenne vuokaaviona esitettyinä.

Optimointia varten valittiin niin kuusi- kuin nelikulmaiselle rakenteelle kuvan 17b-kohdan perusrakenne. Perusteena valinnalle oli pienempi liitosten määrä verrattuna välipisteellisiin rakenteisiin. Kalteva profiili tuotti myös pienempiä massojen ja pinta-alojen arvoja verrattuna pystysuoraan rakenteeseen. Rakenteen mitat ovat: pohjan halkaisija $r_p=2,5$ m, huipun halkaisija $r_h=1$ m ja tornin korkeus $h=40$ m. Taulukoissa 5 ja 6 on esitetty optimointitehtävien parametreja neli- ja kuusikulmaisille rakenteille.

Taulukko 5 Optimointitehtävän parametreja nelikulmaisille rakenteilla.

Kerrosten lkm	Elementtien lkm	Solmujen lkm	Vapausasteet	Rajoitusyhtälöiden lkm (lineaarinen optimointi)	Rajoitusyhtälöiden lkm (epälineaarinen optimointi)
8	128	36	96	3072	2048
9	144	40	108	3456	2304
10	160	44	120	3840	2560
11	176	48	132	4224	2816
12	192	52	144	4608	3072
13	208	56	156	4992	3328
14	224	60	168	5376	3584
15	240	64	180	5760	-
16	256	68	192	6144	-

Taulukko 6 Optimointitehtävän parametreja kuusikulmaisille rakenteille.

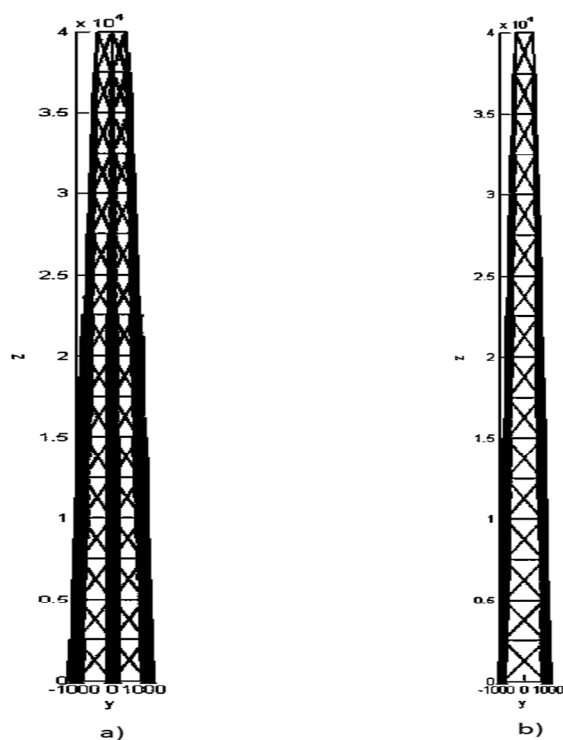
Kerrosten lkm	Elementtien lkm	Solmujen lkm	Vapausasteet	Rajoitusyhtälöiden lkm (lineaarinen optimointi)	Rajoitusyhtälöiden lkm (epälineaarinen optimointi)
8	192	54	144	6912	4608
9	216	60	162	7776	5184
10	240	66	180	8640	5760
11	264	72	198	9504	6336
12	288	78	216	10368	6912
13	312	84	234	11232	7488
14	336	90	252	12096	8064
15	360	96	270	12960	-
16	384	102	288	13824	-

4.1 Lineaarisen optimoinnin tulokset

Taulukossa 7 on esitetty sekä kuusi- että nelikulmaisille rakenteille lineaarisen optimoinnin tuloksena saadut kokonaismassat eri kerrosmäärillä, kun nurjahdusta ei ole huomioitu optimoinnissa. Kuvassa 28 on kuusi- ja nelikulmaiset 16 kerroksiset optimoidut rakenteet.

Taulukko 7 Lineaarisen optimoinnin tuloksena saadut kokonaismassat kuusi- ja nelikulmaisille rakenteille.

6-kulmainen rakenne		4-kulmainen rakenne	
kerrosten lkm	Massa (t)	kerrosten lkm	Massa (t)
8	6,404	8	6,365
9	6,354	9	6,317
10	6,316	10	6,28
11	6,284	11	6,251
12	6,259	12	6,227
13	6,240	13	6,208
14	6,225	14	6,192
15	6,211	15	6,18
16	6,201	16	6,169



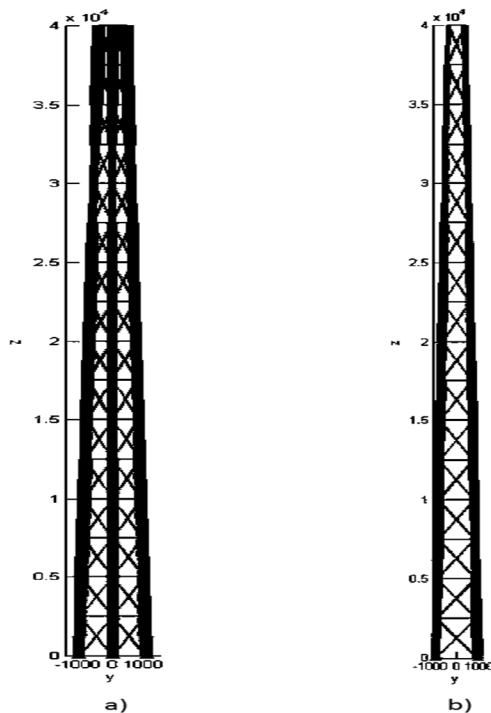
Kuva 28 Lineaarisen optimoinnin tuloksena saadut kuusi- (a) ja nelikulmaiset (b) rakenteet.

Kuten taulukosta 7 voi nähdä, tuottavat nelikulmaiset rakenteet hieman kuusikulmaisia rakenteita pienempiä massoja optimoinnin tuloksena. Massojen ero on vain prosentin luokkaa useamman tonnin painoisella rakenteella. Kuusikulmaisen rakenteen kokonaismassa vaihtelee välillä 6,404-6,201 tonnia ja vastaavasti nelikulmaisella rakenteella 6,365-6,169 tonnia. Kuvasta 28 nähdään, että optimointi tuottaa rakenteita, joissa kulmasauvat ovat huomattavasti suurempia verrattuna vaaka- sekä vinosauvoihin. Tällöin kulmasauvat kantavat pääosan rakenteen kuormituksista ja vaaka- ja vinosauvat lähinnä sitovat kulmasauvat toisiinsa.

Taulukossa 8 on esitetty lineaarisen optimoinnin tuloksena saadut massat eri kerrosmäärillä. Optimoinnissa on otettu huomioon nurjahduksen vaikutus sauvajännityksen alarajassa luvun 2.6 menetelmän mukaisesti. Kuvassa 29 on esitetty kuusi- ja nelikulmaiset 16-kerroksiset optimoidut rakenteet, kun nurjahdus on otettu huomioon.

Taulukko 8 Lineaarisen optimoinnin tulokset kuusi- ja nelikulmaisille rakenteille, kun nurjahdus on otettu huomioon laskennassa.

6-kulmainen rakenne		4-kulmainen rakenne	
kerrosten lkm	Massa (t)	kerrosten lkm	Massa (t)
8	19,340	8	14,05
9	14,708	9	10,501
10	13,248	10	9,749
11	12,157	11	8,678
12	11,329	12	8,289
13	10,701	13	7,979
14	10,253	14	7,749
15	9,602	15	7,538
16	9,046	16	7,322



Kuva 29 Lineaarisen optimoinnin tuloksena saadut kuusi- (a) ja nelikulmaiset (b) rakenteet, kun nurjahdus on otettu huomioon.

Nelikulmaiset perusrakenteet tuottavat kevyempiä ratkaisuja kuusikulmaisiin verrattuna myös siinä tapauksessa, että optimoinnissa on otettu nurjahdus huomioon (taulukko 8). Kuusikulmaisten rakenteiden massa vaihtelevat välillä 19,340-9,046 tonnia ja nelikulmaisten rakenteiden massat välillä 14,050-7,322 tonnia. Nyt erot ovat jo huomattavasti suurempia verrattuna ilman nurjahdusta optimoituihin rakenteisiin. Neli- ja kuusikulmaisten rakenteiden erot ovat jo useampia tonneja. On kuitenkin huomattava, että rakenteiden massojen ero pienenee kerrosmäärän kasvaessa. Lisäksi eri rakenteiden massat vaihtelevat huomattavasti enemmän eri kerrosmäärillä verrattuna ilman nurjahdusta optimoituihin rakenteisiin. Esimerkiksi jos ilman nurjahdusta optimoitujen kuusikulmaisen 8- ja 16- kerroksisten rakenteiden massoilla on eroa 203 kg, niin nyt 8- ja 16- kerroksisten rakenteiden massat eroavat jo 10,294 tonnia. Kuvasta 29 nähdään, että nurjahduksen huomioiminen optimoinnissa tuottaa samankaltaisia rakenteita ilman nurjahdusta optimoitujen rakenteiden kanssa kulmasauvojen ollessa huomattavasti suurempia kuin vaaka- ja vinosauvat.

Taulukoissa 9 ja 10 on listattu optimoinnin aikana poistuneiden sauvojen lukumäärät kerroksittain. Taulukoista huomataan, että sauvoja poistuu ainoastaan silloin kun sauvajännitysten alarajassa otetaan huomioon sauvojen nurjahdus.

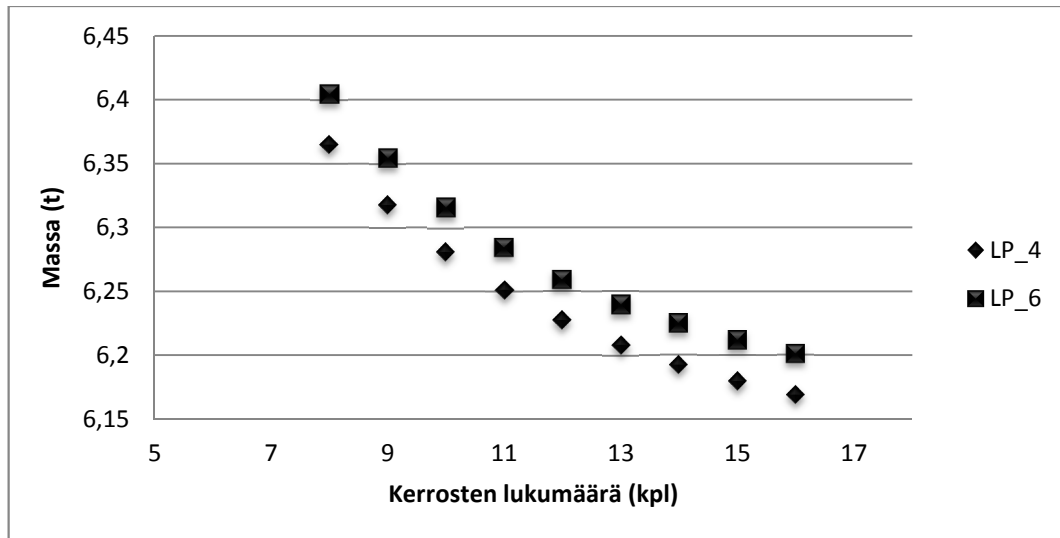
Taulukko 9 Poistettujen sauvojen lukumäärät kerroksittain nelikulmaisille rakenteille.

Kerrosten lukumäärä	Poistettujen sauvojen lukumäärä	
	lineaarinen optimointi	lineaarinen optimointi (nurjahdus)
8	0	0
9	0	4
10	0	8
11	0	12
12	0	16
13	0	20
14	0	16
15	0	20
16	0	24

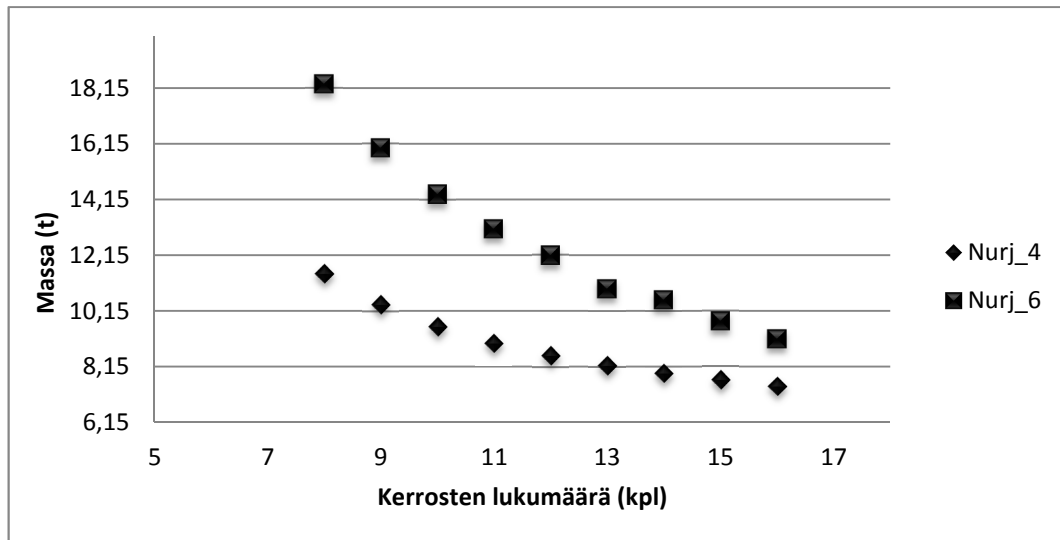
Taulukko 10 Poistettujen sauvojen lukumäärät kerroksittain kuusikulmaisille rakenteille.

Kerrosten lukumäärä	Poistettujen sauvojen lukumäärä	
	lineaarinen optimointi	lineaarinen optimointi (nurjahdus)
8	0	2
9	0	4
10	0	6
11	0	6
12	0	10
13	0	10
14	0	8
15	0	10
16	0	4

Rakenteen kerroksien määrällä on selvä vaikutus rakenteen kokonaismassaan. Kuvissa 30 ja 31 on esitetty kerrosten lukumäärän vaikutus optimoituihin massoihin niin kuusi- kuin nelikulmaisille rakenteille. Kuvan 31 tuloksissa on otettu huomioon nurjahdus, kun taas kuvan 30 tuloksissa nurjahdusta ei ole huomioitu. Optimoidut massat on saatu lineaarisen optimoinnin tuloksina. Kuvista 30 ja 31 näkyy selvästi kuinka rakenteen massa pienenee kerrosmäärien lisääntyessä. Varsinkin kun nurjahdus on otettu huomioon, on kerrosten määrällä merkittävä vaikutus optimimassoihin. Tämä on selitettävissä sillä, että kerrosmäärien kasvaessa sauvojen nurjahduspituudet pienenevät, mikä johtaa pienempiin sauvapinta-aloihin ja pienempään rakenteen kokonaismassaan.



Kuva 30 Kerrosten lukumäärän vaikutus optimoitujen rakenteiden massoihin.



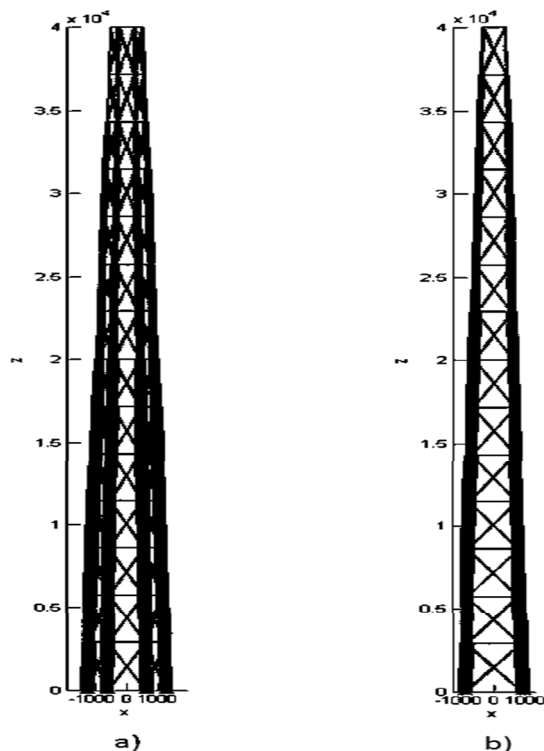
Kuva 31 Kerrosten lukumäärän vaikutus optimoitujen rakenteiden massoihin, kun nurjahdus on otettu huomioon laskennassa.

4.2 Epälineaarisen optimoinnin tulokset

Taulukossa 11 on esitetty sekä kuusi- että nelikulmaisille rakenteille epälineaarisen optimoinnin tuloksena saadut rakenteen kokonaismassat eri kerrosmäärillä. Optimoinnissa ei ole otettu huomioon nurjahdusta. Kuvassa 32 on kuusi- ja nelikulmaiset 16-kerroksiset optimirakenteet.

Taulukko 11 Epälineaarisen optimoinnin tulokset kuusi- ja nelikulmaisille rakenteille.

6-kulmainen rakenne		4-kulmainen rakenne	
kerrosten lkm	Massa (t)	kerrosten lkm	Massa (t)
8	6,503	8	6,394
9	6,470	9	6,349
10	6,423	10	6,315
11	6,400	11	6,288
12	6,359	12	6,268
13	6,338	13	6,251
14	6,345	14	6,239



Kuva 32 Epälineaarisen optimoinnin tuloksena saadut kuusi- (a) ja nelikulmaiset (b) rakenteet.

Taulukoissa 12 ja 13 on esitetty lineaarisen ja epälineaarisen optimoinnin tuloksina saatujen massojen erotus niin neli- kuin kuusikulmaisille rakenteille eri kerrosmäärillä. Nurjahdusta ei ole otettu huomioon tuloksissa.

Taulukko 12 Lineaarisen ja epälineaarisen optimointien tuloksena saatujen rakenteiden massojen vertailu kuusikulmaisille rakenteille.

6-kulmainen rakenne				
Kerrokset	Massa, NLP (t)	Massa, LP (t)	Erotus (t)	Suhteellinen erotus
8	6,503	6,404	0,098	1,51 %
9	6,470	6,354	0,116	1,79 %
10	6,423	6,316	0,107	1,67 %
11	6,400	6,284	0,115	1,80 %
12	6,359	6,259	0,100	1,58 %
13	6,338	6,240	0,098	1,55 %
14	6,345	6,225	0,120	1,90 %

Taulukko 13 Lineaarisen ja epälineaarisen optimointien tuloksena saatujen rakenteiden massojen vertailu nelikulmaisille rakenteille.

4-kulmainen rakenne				
Kerrokset	Massa, NLP (t)	Massa, LP (t)	Erotus (t)	Suhteellinen erotus
8	6,394	6,365	0,029	0,46 %
9	6,349	6,317	0,032	0,50 %
10	6,315	6,280	0,035	0,55 %
11	6,288	6,251	0,037	0,59 %
12	6,268	6,227	0,041	0,65 %
13	6,251	6,208	0,043	0,69 %
14	6,239	6,192	0,046	0,74 %

Epälineaarisen optimoinnista ratkaistut massat vaihtelevat kuusikulmaisilla rakenteella välillä 6,503-6,345 tonnia ja vastaavasti nelikulmaisilla rakenteilla 6,394-6,239 tonnia. Taulukoista 12 ja 13 voidaan huomata, että epälineaarisesta optimoinnista ratkaistujen massojen erotus lineaarisella optimoinnilla ratkaistuihin on hyvin pieni (1.5%-1,6%). Nelikulmaisten rakenteiden tapauksissa massojen suhteellinen erotus on jopa alle yhden prosentin. Kuvasta 31 nähdään, että epälineaarinen optimointi tuottaa samankaltaisia ratkaisuja lineaarisen optimoinnin kanssa. Kuten lineaarisessa optimoinnissa (kun nurjahdusta ei oteta huomioon), ei epälineaarisen optimoinnin aikana poistu yhtään sauvaa.

4.3 Optimoitujen rakenteiden analysointi Ansys-ohjelmalla

16-kerroksiset rakenteet tuottivat kaikkein pienimmät massat niin neli- kuin kuusikulmaiselle tornille. Ansysissa tutkittiin 16-kerroksista rakenteista jännityksiä eri kuormitustapauksissa. Taulukoissa 14 ja 15 on esitetty 16-kerroksisille rakenteille palkin keskiviivalla esiintyvät maksimijännitykset eri kuormitustapauksissa. Maksimijännitykset esiintyivät alimman kerroksen kulmapalkeissa.

Taulukko 14 Kuusikulmaisen rakenteen palkkijännitykset Ansysilla laskettuna.

6-kulmainen rakenne		
Kuormitustapaus	σ_{max} (MPa)	σ_{min} (MPa)
1	408,3	-427,3
2	398,2	-417,3
3	405,7	-424,7
4	395,2	-414,1
5	408,8	-427,6
6	396,7	-415,9
7	408,3	-427,3
8	398,2	-417,2
9	405,7	-424,6
10	395,2	-414,1
11	408,4	-427,6
12	396,7	-415,9

Taulukko 15 Nelikulmaisen rakenteen palkki jännitykset Ansysilla laskettuna.

4-kulmainen rakenne		
Kuormitustapaus	σ_{max} (MPa)	σ_{min} (MPa)
1	366,6	-386,1
2	431,8	-451,2
3	366,6	-386,1
4	431,8	-451,2
5	366,6	-386,1
6	431,8	-451,2
7	366,6	-386,1
8	431,8	-451,2

Ansysilla laskettujen jännitysten mukaan (taulukot 14 ja 15) kaikki maksimi- ja minimi jännitykset palkkien keskiviivalla jäävät alle sallittujen jännitysten arvojen (materiaalin myötöraja 480 MPa). Tuloksista voi päätellä, että sauvamallin optimoinnin tuloksena saatiin rakenne, joka on joko täysin käypä kehärakenne tai helposti muunnettavissa sellaiseksi. Taulukoissa 16 ja 17 on esitetty 16-kerroksisille rakenteille maksimi- ja minimisauvajännitykset kaikille kuormitustapauksille.

Taulukko 16 Sauvojen maksimi- ja minimijännitykset nelikulmaiselle rakenteelle.

4-Kulmainen rakenne		
Kuormitustapaus	σ_{max} (MPa)	σ_{min} (MPa)
LC1	204,8	-210,8
LC2	239,3	-245,4
LC3	204,8	-210,8
LC4	239,3	-245,4
LC5	204,8	-210,8
LC6	239,3	-245,4
LC7	204,8	-210,8
LC8	239,3	-245,4

Taulukko 17 Sauvojen maksimi- ja minimijännitykset kuusikulmaiselle rakenteelle.

6-Kulmainen rakenne		
Kuormitustapaus	σ_{max} (MPa)	σ_{min} (MPa)
LC1	119,0	-122,2
LC2	119,7	-122,9
LC3	119,0	-122,2
LC4	119,7	-122,9
LC5	119,0	-122,2
LC6	119,7	-122,9
LC7	119,0	-122,2
LC8	119,7	-122,9
LC9	119,0	-122,2
LC10	119,7	-122,9
LC11	119,0	-121,6
LC12	119,7	-122,0

Jännitysten lisäksi rakenteille tehtiin Ansysissa nurjahdustarkastelut (kuvat 33 ja 34). Nurjahdustarkasteluissa käytiin läpi kaikki kuormitustapaukset ja osoittautui, että kuusikulmaiselle rakenteelle kriittinen tapaus nurjahdukselle on neljäs kuormitustapaus ja nelikulmaiselle ensimmäinen kuormitustapaus. Nelikulmaisen rakenteen alimmassa nurjahdusmuodossa torni nurjahtaa yhtenä rakenteena ikään kuin pilarina (kuva 33). Nurjahduksen varmuuskerroin on 2,9. Kuusikulmaisen rakenteen alimmassa nurjahdusmuodossa tornin kulmatolppaa nurjahtaa. (kuva 34). Nurjahduksen varmuuskerroin on 2,6.



Kuva 33 Nelikulmaisen rakenteen alin nurjahdusmuoto, 1. kuormitustapaus.



Kuva 34 kuusikulmaisen rakenteen alin nurjahdusmuoto, 4. Kuormitustapaus.

5 Johtopäätökset

Tässä työssä käytettiin topologian optimoinnin perusformulointeja sekä yksinkertaisia malleja (sauvaelementit ja perusrakenteet) avaruusristikkorakenteen optimointiin. Kuitenkin yksinkertaistuksista huolimatta onnistuttiin kaikilla käytössä olleilla formulaatioilla löytämään lupaavia rakenteita, joita voidaan käyttää rakenteen massan arvioinnissa sekä pohjana rakenteen varsinaiseen suunnitteluun. On hyvä ottaa huomioon, että rakenteiden massat tulevat kasvamaan optimoiduista massoista rakenteen suunnittelussa eri rakenneyksityiskohtien kuten liitosten myötä. Ansysilla laskettujen tulosten perusteella näyttäisi, että useimmissa tapauksissa lineaarisen optimoinnin tuloksena saadut rakenteet ovat riittäviä, eikä epälineaarista optimointia tarvita.

Laskenta-ajallisesti lineaarinen optimointi on huomattavasti edullisempi vaihtoehto kuin epälineaarinen optimointi. Lineaarisen optimoinnin laskenta-ajat vaihtelivat noin puolesta minuutista muutamiin minuutteihin, kun taas epälineaarilla optimoinnilla laskennan kesto vaihteli kymmenistä minuuteista jopa vuorokauteen. Lisäksi lineaarisen optimoinnin avulla pystyttiin optimoimaan myös isompia rakenteita kuin epälineaarilla optimoinnilla.

Lineaarisen ja epälineaarisen optimoinnin tuloksena saatujen optimimassojen vertailu paljastaa mielenkiintoisen tuloksen. Taulukoista 12 ja 13 voidaan nähdä, että rakenteiden massojen erotus on hyvin pieni näiden kahden optimoinnin välillä. Kuusikulmaisilla rakenteilla kokonaismassojen erotus on noin 1,5 prosenttia ja nelikulmaisilla rakenteilla erotus on jopa alle prosentin. Kuten luvussa 2.5 esitettiin, lineaarisen optimoinnin tulos on aina globaali optimi, mikä tarkoittaa sitä, että epälineaarilla optimoinnilla päästiin hyvin lähelle rakenteen globaalia minimiä. Koska epälineaariseen optimointiin ei ehditty yhdistää nurjahdustarkastelua työn aikataulun puitteissa, joudutaan epälineaarinen optimointi jättämään pois vertailtaessa nurjahduksen vaikutusta massoihin.

Yhtenä tämän työn merkittävimpänä ja aikaa vievimpänä osana oli perusrakenteiden suunnittelu ja luonti sekä kuormitustapausten lisääminen malliin. Eri perusrakennemalleja harkittiin tarkkaan ja suunniteltiin osittain yhteistyössä työn tilaajan kanssa. Kuormitustapausten implementointiin kului merkittävä osa työn kestosta ja yhtenä suurimpana haasteena kuormitustapauksissa oli voimapareiksi muutettujen momenttien kiertäminen samassa vaiheessa vaakasuuntaisten voimien kanssa. Työn aikana kävi ilmi, että optimointialgoritmi reagoi hyvin herkästi kuormitustapauksiin. Jos voimat ja voimaparit eivät olleet kuvan 22 mukaisesti, tuotti optimointi helposti rakenteita, jotka olivat joko mekanismeja tai muuten selvästi epäkäytännöllisiä. Kuormitustapauksiin käytettyä aikaa lisäsi myös useampien perusrakenteiden määrä, jolloin voimaparit piti muodostaa sekä voimaparien ja voimien vaiheet tarkastaa jokaiselle perusrakenteelle erikseen.

Päätös mallintaa rakenne Ansysissa palkkielementeillä luo eroavaisuuksia vertailtaessa Matlabissa optimoituja sekä Ansysilla analysoituja malleja. Ansysissa torni mallinnettiin kehärakenteeksi, jossa kaikki liitokset toteutettiin jäykkinä liitoksina. Lisäksi palkkielementit ottavat vastaan taivutusta toisin kuin sauvaelementit. Palkkien käyttöön päädyttiin kuitenkin siitä syystä, että palkkirakenne vastaa enemmän todellista rakennetta kuin sauvaelementtimalli.

Ansysissa tehtyjen rakenneanalyyysien mukaan joissakin tapauksissa palkkien pinnalla saattoi esiintyä myötörajaa suurempia jännityksiä. Tämä johtuu siitä, että sauvaelementit eivät ota huomioon taivutuksen aiheuttamaa jännitystä kuten palkkielementit, joten taivutuksen vaikutus saattaa johtaa paikallisesti liian suuriin jännityksiin. Työn aikana huomattiin, että pohjan halkaisija vaikuttaa palkkien pinnalla esiintyviin jännityksiin. Jos tornia ajatellaan yhtenä palkkielementtinä, niin silloin jännitys saa sitä pienempiä arvoja mitä suurempi on pohjan halkaisija. Testitehtävän pohjan halkaisija haluttiin pitää vakiona (työn tilaajan toive), joten sen avulla ei voitu vaikuttaa lopullisen rakenteen jännityksiin.

Laskentateho tai sen puute muodosti omat rajoituksensa rakenteen optimoinnille. Rakennemallien kasvaessa saavutettiin lopulta raja, jolloin laskenta keskeytyi laskentatehon puutteen takia. Myös laskenta-ajat saattoivat muodostua niin pitkiksi, ettei enää ollut järkevää suorittaa laskentaa loppuun asti. Lineaarille optimoinnille mallin koko rajoittui noin 650 sauvaan ja epälineaarille noin 400 sauvaan. Yleisesti ottaen nämä elementtimäärät eivät ole suuria elementtimenetelmän analyyseissä. Yhdistettäessä elementtien lukumäärä kuormitustapausten lukumäärään nousee rajoitusyhtälöiden määrä tuhansiin tai jopa kymmeniin tuhansiin. Tällöin kyseessä onkin jo suuri optimointitehtävä. Lineaarisen optimoinnin rajoitusyhtälöiden määrä rajoittui noin 14400 rajoitusyhtälöön ja epälineaarisen rajoitusyhtälöiden määrä 8064 rajoitusyhtälöön. Näitä kokoluokkia suurempien tehtävien ratkaiseminen ei ollut enää järkevää laskennan keston takia.

Työssä käytetyn nurjahdusmenetelmän (luku 2.6) avulla saadaan ehkä vielä hiukan tarkempia arvioita rakenteen kokonaismassoista kuin ilman nurjahdusta optimoiduille rakenteille. Käytetty nurjahdusmenetelmä vaikuttaisi kuitenkin olevan herkkä poikkileikkauksen seinämän paksuuden ja siihen liittyvän pinta-alan suhteen. Liian suuri tai pieni seinämän paksuuden arvo tuottaa herkästi mekanismeja tai selvästi epäkäytännöllisiä rakenteita (Liite 1). Tämä johti siihen, että seinämän paksuuksien arvot etsittiin kokeilemalla ennen kuin päädyttiin tyydyttäviin rakenteisiin. Vaikka optimoinnissa rajoitettiin ainoastaan yksittäisten sauvojen nurjahtamista, niin kuvista 33 ja 34 voidaan huomata, että optimoinnin tuloksena saatiin rakenteita, jotka kestävät myös koko rakenteen nurjahtamisen.

Ristikkorakenteen topologian optimointiin kehitetty malli tarjoaa monia jatkotutkimus- ja kehityskohteita, jotta optimoinnin tuloksista saataisiin vielä tarkempia ja realistisimpia arvioita optimoinnin kohteena olevista rakenteista. Rakenteen mallinnusta voitaisiin tehdä palkkielementeillä sauvaelementtien sijaan jolloin voitaisiin ottaa käyttöön suoraan momentit ja jättää voimaparien muodostamiset pois. Tämä nopeuttaisi uusien mallien luomisprosessia. Lisäksi palkkielementeistä saadaan laskettua neliömomentit suoraan eikä näin ollen tarvitsisi tehdä oletuksia seinämän vahvuuksien ja pinta-alojen suhteen. Tämä helpottaisi Matlabissa ja

Ansysisissa analysoitujen mallien vertailua keskenään. Lisäksi rakennetta voitaisiin käsitellä myös kehärakenteena sen sijaan, että kaikki liitokset olisivat palloniveliä.

Topologian optimoinnin lisäksi olisi mielenkiintoista ottaa samaan malliin mukaan myös geometrian optimointi, jolloin pystyttäisiin optimoimaan esimerkiksi kerrosten korkeuksia tai pohjan ja huipun halkaisijan arvoja sekä hakemaan tornin optimimuotoa.

Laskentatehon rajoitusten takia voisi myös olla hyvä tutkia voisiko laskentamallia keventää ja näin mahdollisesti lyhentää laskenta-aikoja. Mallien keventäminen mahdollistaisi myös suurempien rakenteiden käsittelyn. Työn aikana pohdittiin esimerkiksi rajoitusehtojen eliminointimenetelmän [22] soveltamista, jonka avulla pienennettäisiin rajoitusehtojen määrää iteraatiokierroksilla. Kuitenkin päädyttiin siihen, että työn aikataulun puitteissa ei ollut mahdollisuutta sovittaa rajoitusehtojen eliminointimenetelmää laskentamalliin.

Yksi merkittävä kehityksen kohde on nurjahduksen parempi mallintaminen. Siirtyminen palkkielementtien käyttöön helpottaisi nurjahduslaskentaa huomattavasti, jolloin voitaisiin jättää oletukset seinämän vahvuuksista ja pinta-aloista pois. Lisäksi tästä työstä pois jäänyt epälineaarisen optimoinnin nurjahdustarkastelu on yksi tärkeistä kehityskohteista.

Optimointialgoritmia voisi myös kehittää siten, että algoritmi valitsisi optimoinnin tuloksena sauvojen/palkkien pinta-alat valmiista luettelosta, jonka käyttäjä olisi ohjelmalle määritellyt. Tämä olisi hyvin hyödyllinen ominaisuus varsinkin siitä näkökulmasta, että optimoinnin tulosta käytettäisiin pohjana rakenteen suunnittelulle. Tämä helpottaisi suunnittelijan työtä verrattuna nykyiseen tilanteeseen, jossa optimoidut pinta-alat voivat saada minkä arvон tahansa.

Vaikka työn aikana ja sen päätyttyä löytyi useita kehityksen kohteita, voi työn arvioida onnistuneen hyvin. Käyttämällä topologian optimoinnin aivan perusformulointeja kehitettiin työkalu, jolla saadaan käyttökelpoisia rakenteita suunnittelun aloittamista varten. Ohjelma on yleiskäyttöinen ja siihen pystytään tarvittaessa lisäämään erilaisia rajoitusehtoja kohteesta riippuen. Kehitettyä ohjelmaa käytettiin työn aikana myös muutamaa työn tilaajan tarjoamaan kohteeseen, joista saatu palaute oli positiivista.

Lähteet

- [1] Achtziger W. (1999a), Local stability of trusses in the context of topology optimization Part I: Exact modelling. *Structural Optimization* 17, s 235-246.
- [2] Achtziger W. (1999b), Local Stability of trusses in the context of topology optimization Part II: A numerical approach. *Structural Optimization* 17, s. 247-258.
- [3] Belegundu A., Chandrupatla T., Optimization concepts and applications in engineering. Upper saddle River, New Jersey 1999. Prentice-Hall inc. 432 s.
- [4] Bendsøe M., Sigmund O., Topology optimization: theory, methods and applications. Berlin Heidelberg, Germany 2003. Springer-Verlag, 370 s.
- [5] Chandrupatla T., Belegundu A., Introduction to Finite Elements in Engineering. 3rd edition. Upper saddle River, New Jersey 2002. Prentice-Hall inc. 453 s.
- [6] Cheng G., Guo X. (1997), ϵ -relaxed approach in structural topology optimization. *Structural Optimization* 13, s. 258-266.
- [7] Cheng G., Jiang Z. (1992), Study on topology optimization with stress constraints. *Engineering Optimization* 20, s. 129-148.
- [8] Dorn W., Gomory R., Greenberg, H. (1964). Automatic design of optimal structures. *Journal de Mecanique*, 3, s. 25–52.
- [9] EN 1993-1-1, Eurocode 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Helsinki, 99 s.
- [10] Guo X., Cheng G., Olhoff N. (2005), Optimum design of truss topology under buckling constraints. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 30, s. 169-180.
- [11] Gurobi Optimization, Inc. (2012), Gurobi Optimizer Reference Manual. <http://www.gurobi.com>
- [12] Jalkanen J. (2007), Tubular Truss Optimization Using Heuristic Algorithms. Väitöskirja, Tampereen teknillinen yliopisto.
- [13] Kirsch U. (1990) On singular topologies in optimum structural design. *Structural Optimization* 2, s. 133-142.
- [14] Kirsch U. (1989) Optimal topologies of structures. *Applied Mechanics Review* 42, s. 223-238.
- [15] Kirsch U., Structural Optimization, Fundamentals and Applications. Berlin Heidelberg, Germany 1993. Springer-Verlag, 302 s.

- [16] Pedersen N., Nielsen A. (2003), Optimization of practical trusses with constraints on eigenfrequencies, displacements, stresses and buckling. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 25, s. 436-445.
- [17] Ruohonen K. 2006, Graafiteoria. Tampere. Tampereen teknillisen yliopiston opintomoniste nro. 5, uusi sarja.
- [18] Shea K., Smith I. (2006), Improving full-scale transmission tower design through topology and shape optimization. *Journal of Structural Engineering* 132, s. 781-790.
- [19] Stalatube Oy:n Lean Duplex-rakenneputkien tekninen luettelo, [viitattu 4.11.2013]. Saatavilla
http://www.stalatube.com/Global/Images/Documents/Stalatube_Lean_duplex_EN.pdf
- [20] Stalatube Oy:n yritysesittely, [viitattu 27.10.2013]. Saatavilla
<http://www.stalatube.com/fi/Yritys/>
- [21] Stolpe M., Svanberg K. (2001), On trajectories of the epsilon-relaxation approach for stress-constrained truss topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 21, s. 140-151.
- [22] Vanderplaats G., Numerical Optimization techniques for engineerin design. 3rd edition. Colorado Springs 1999. Vanderplaats Research & Development Inc., 441 s.

Liite 1



Kuva 35 Esimerkki optimoinnin tuloksena saadusta epäkäytännöllisestä rakenteesta, missä sauvojen poikkipinta-alojen suhteet toisiinsa eivät ole realistisia.